

Программа Профиля «Прикладная математика и искусственный интеллект» по треку магистратуры, треку аспирантуры, треку постдоков

1. Описание Портрета победителя Олимпиады¹

Победитель олимпиады по профилю «Прикладная математика и искусственный интеллект» должен обладать глубокими знаниями в области:

- математики, теории алгоритмов, машинного обучения и информационных технологий;
- сложных задач в области анализа данных, проектирования и обучения нейронных сетей, а также разработки программного обеспечения;

Победитель должен демонстрировать способность применять теоретические знания на практике:

- разбираться в теории графов, модульной арифметике, вещественном и комплексном анализе, математической логике;
- разбираться в основных законах распределения вероятностей;
- решать типовые дифференциальные уравнения (обыкновенные и в частных производных), исследовать устойчивость систем;
- строить функции от случайных величин и применять предельные теоремы.

2. Перечень направлений подготовки, на которые смогут поступать победители, призеры Олимпиады по Профилю:

2.1. Перечень специальностей высшей научной квалификации в аспирантуре

1.1.5 Математическая логика, алгебра, теория чисел и дискретная математика

1.2.1 Искусственный интеллект и машинное обучение

1.2.2 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

1.2.3 Теоретическая информатика, кибернетика

2.3.1 Системный анализ, управление и обработка информации, статистика

2.2. Перечень направлений подготовки магистратуры

01.04.01 Математика

01.04.02 Прикладная математика и информатика

01.04.03 Механика и математическое моделирование

01.04.04 Прикладная математика

02.04.01 Математика и компьютерные науки

3. Тематическое содержание Профиля

Научное направление 1: Прикладная математика

1. Функции: способы задания, элементарные функции, полярные координаты.
2. Непрерывность: свойства непрерывных функций, точки разрыва.
3. Вероятностное пространство. Независимые события. Теорема сложения. Условная вероятность.
4. Функции: обратимость, композиция, образ/прообраз, количество отображений.
5. Комбинаторика: перестановки, размещения, сочетания, биномиальные коэффициенты, включение-исключение.

¹ Здесь и далее использовано сокращение: Олимпиада – Международная олимпиада Ассоциации «Глобальные университеты»

6. Последовательности: рекурсии, прогрессии, закономерности, асимптотика.
7. Основы программирования (типы данных, переменные, операции)
8. Собственные значения и векторы: определение, характеристическое уравнение, диагонализация, геометрия, кратности и дефектность.
9. Матрицы и определители: ранг и линейная независимость.

Научное направление 2: Компьютерные науки, искусственный интеллект

1. Пределы: последовательностей и функций, бесконечно малые и большие, замечательные пределы.
2. Производная: геометрический смысл, дифференцируемость, правила дифференцирования.
3. Структуры данных (линейные структуры: массивы, списки, стек, очередь)
4. Алгоритмы и анализ их сложности (сортировка, поиск, O-нотация)
5. Объектно-ориентированное программирование (классы, наследование, полиморфизм)
6. Работа с файлами и форматами данных (JSON, CSV, XML)
7. Численные методы (решение нелинейных уравнений, интерполяция)
8. Матрицы и определители: типы матриц, операции, определитель, обратная матрица

Научное направление 3: Математика

1. Основные теоремы анализа: Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши, правило Лопиталя.
2. Формула Тейлора, разложение функций.
3. Исследование функций: монотонность, экстремумы, выпуклость, точки перегиба.
4. Функции нескольких переменных: частные производные, градиент, экстремумы, метод Лагранжа.
5. Интегралы: неопределенный, определенный, приложения, несобственные интегралы.
6. Числовые и функциональные ряды: сходимость, степенные ряды, ряд Тейлора.
7. Кратные интегралы: двойные и тройные, системы координат.
8. Криволинейные и поверхностные интегралы, теоремы Грина, Остроградского-Гаусса, Стокса.
9. Ряды Фурье, разложение функций.
10. Комплексные числа, функции комплексного переменного, аналитичность.
11. Интегралы и ряды в комплексном анализе: теорема Коши, формула Коши, ряды Тейлора и Лорана.
12. Особые точки, вычеты, применение к интегралам.

Научное направление 4: Кибернетика

1. Векторные пространства: аксиомы, линейная зависимость, базис, размерность, линейные отображения, матрицы преобразований, ядро и образ.
2. Ортогональность и МНК: ортонормированные базисы, матрицы, процесс Грама–Шмидта, метод наименьших квадратов, применение в регрессии.
3. Системы линейных уравнений: формы записи, методы решения (Гаусс, Жордан), теорема Кронекера–Капелли, структура решений.
4. Матрица передаточной функции: A, B, C, D-модели, связь с дифференциальными уравнениями, устойчивость через собственные значения.
5. Множества: алгебра множеств, декартово произведение, степень множества, применение в информатике и вероятностях.
6. Булева алгебра: законы, СДНФ и СКНФ.

Научное направление 5: Математическая логика

1. Отношения: эквивалентность, порядок, матрицы и графы, свойства.
2. Графы: типы, связность, деревья, DFS/BFS, планарность, двудольность.
3. Диаграммы Венна: пересечения, логические формулы, анализ сложных выражений.
4. Перестановки: с повторами, инверсии, циклы, чётность, оптимизация.

Научное направление 6: Статистика и теория вероятностей

1. Случайная величина, функция распределения (дискретная и непрерывная), математическое ожидание и дисперсия, свойства и преобразования.
2. Основные распределения случайных величин: биномиальное, геометрическое, равномерное (непрерывное), пуассоновское, экспоненциальное, нормальное.
3. Оценивание числовых характеристик распределений: точечные оценки, выборочная средняя и дисперсия, доверительные интервалы.
4. Основы комбинаторики: правила сложения и умножения, перестановки, размещения, сочетания с повторениями и без, биномиальные коэффициенты, формула бинома Ньютона.

4. Перечень источников, рекомендуемых для подготовки по Профилю

4.1. Список литературы:

Научное направление 1: Прикладная математика

Наименование источника на русском языке
1. Винберг Э.Б. Курс алгебры. М.: МЦНМО, 2011. 592 с. URL:// https://djvu.online/file/MhWkByl1XwB6z
2. Колмогоров А. Н., Драгагин А. Г. Математическая логика: Введение в математическую логику. Изд.6: М.: URSS, 2023, 240 с. URL:// https://vk.com/doc-91031095_651760865
3. Кристофидес Н. Теория графов: алгоритмический подход. М.: МГУ, 1978. URL:// https://studizba.com/files/show/pdf/53991-1-n-kristofides--teoriya-grafov.html
4.Никольский С.М. Курс математического анализа. В 2-х томах. М.: Физматлит, 2001. 451 с. URL:// http://www.physics.gov.az/book_K/NIKOLSKI2.PDF
5.Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Наука, 1965. URL:// http://www.phys.nsu.ru/balakina/El%27sgol%27dz_Dif_ur_i_var_isch.pdf

Научное направление 2: Компьютерные науки, искусственный интеллект

Наименование источника на русском языке
1. Гудфеллоу Я., Иошуа Б., Курвилль А. Глубокое обучение. М.: ДМК Пресс, 2018. 652 с. URL:// https://znanium.ru/catalog/document?id=446445
2. Никольский С.М. Курс математического анализа. В 2-х томах. М.: Физматлит, 2001. 451 с. URL:// http://www.physics.gov.az/book_K/NIKOLSKI2.PDF
3.Плас Дж. Вандер. Python для сложных задач: наука о данных и машинное обучение. СПб.: Питер, 2018. 576 с. URL:// https://www.gstu.by/sites/default/files/files/resources/2021/07/plas.pdf
4. Рассел С., Норвиг П. Искусственный интеллект: современный подход М.: Издательский дом Вильямс, 2006. 1408 с. URL:// https://djvu.online/file/yYvRRPzYZppds

Научное направление 3: Математика

Наименование источника на русском языке
1. Винберг Э.Б. Курс алгебры. М.: МЦНМО, 2011. 592 с. URL:// https://djvu.online/file/MhWkByl1XwB6z
2. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия: Учеб. Для вузов. 7-е изд., стер. М., 2004. 224 с. URL:// https://djvu.online/file/EdF3SCk04YRRw
3. Никольский С.М. Курс математического анализа. В 2-х томах. М.: Физматлит, 2001. 451 с. URL://http://www.physics.gov.az/book_K/NIKOLSKI2.PDF
4. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функции комплексного переменного, любое издание, напр., М. Физматлит, 2005. 321 с. URL://http://read.newlibrary.ru/read.php/pdf=15234
5. Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции по теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1989. 480 с. URL:// https://djvu.online/file/F8pA7XDq3crr5

Научное направление 4: Кибернетика

Наименование источника на русском языке
1. Колмогоров А. Н., Драгалин А. Г. Математическая логика: Введение в математическую логику. Изд.6: М.: URSS, 2023, 240 с. URL:// https://vk.com/doc-91031095_651760865
2. Ложкин С.А. Лекции по основам кибернетики. М., МГУ, 2004. 253 с. URL://https://techlibrary.ru/b/2t1p1h1l1j1o_2z.2h.2t1f1l1x1j1j_1q1p_1p1s1o1p1c1a1n_1l1j1b1f1r1o1f1t1j1l1j_.2004.pdf
3. Юревич Е.И. Теория автоматического управления. Энергия, 1975. 416 с. URL://https://vk.com/doc-58310134_603867961
4. Яблонский С.В. Элементы математической кибернетики. М., Высшая школа, 2007. 187 с. URL:// https://obuchalka.org/20200428120751/elementi-matematicheskoi-kibernetiki-yablonskii-s-v-2007.html

Научное направление 5: Математическая логика

Наименование источника на русском языке
1. Колмогоров А. Н., Драгалин А. Г. Математическая логика: Введение в математическую логику. Изд.6: М.: URSS, 2023, 240 с. URL:// https://vk.com/doc-91031095_651760865
2. Колмогоров А. Н., Драгалин А. Г. Математическая логика: Дополнительные главы. Изд.5: М.: URSS, 2022, 232 с. URL:// https://vk.com/doc-91031095_651760872
3. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. М.: Наука, 1976. 320 с. URL:// https://djvu.online/file/jGBResxAtPkdd

Научное направление 6: Статистика и теория вероятностей

Наименование источника на русском языке
1. Ивченко Г.И., Медведев Ю.И. Математическая статистика. М.: Высш. шк., 2014. 352 с. URL:// https://www.hse.ru/pubs/share/direct/content_document/103185710
2. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т.1. СПб, 1964. 511 с. URL:// https://vk.com/doc409016625_541696520

3. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т.2. М.: Мир, 1984. 738 с. URL:// https://vk.com/doc409016625_541697907
4. Чистяков В.П. Курс теории вероятностей. М.: Наука, 1987. 240 с. URL:// https://vk.com/doc409016625_585522734

4.2. Список онлайн-курсов

Научное направление 1: Прикладная математика

Наименование онлайн-курса	Ссылка на онлайн-ресурс	Краткая аннотация
Основы теории графов	https://stepik.org/course/74545	Курс содержит базовые понятия, а также основные алгоритмы теории графов
Элементы теории чисел	https://teach-in.ru/course/elements-number-theory-nesterenko	Курс содержит базовые понятия теории чисел, в том числе цепные дроби и квадратичные иррациональности
Дифференциальные уравнения	https://openedu.ru/course/ITMOUniversity/DIFEQ/	В курсе рассматриваются темы: ОДУ 1 порядка, линейные ОДУ высшего порядка, системы ОДУ 1 порядка, теория устойчивости

Научное направление 2: Компьютерные науки, искусственный интеллект

Наименование онлайн-курса	Ссылка на онлайн-ресурс	Краткая аннотация
Машинное обучение	https://stepik.org/course/8057/info	Слушатели курса узнают, как выглядят большие данные, научатся их обрабатывать: восстанавливать пропущенные значения, удалять аномалии, предсказывать значения признаков. Также слушатели научатся анализировать модели искусственного интеллекта, находить их сильные и слабые стороны, аргументировать свою точку зрения в вопросах, связанных с искусственным интеллектом.
Нейронные сети и компьютерное зрение	https://stepik.org/course/50352/promo	Рассматриваются основы нейронных сетей, изучаются архитектура и алгоритмы настройки нейросетей. Разбирается, как лучше представить задачу для нейронной сети, поскольку не все постановки в принципе разрешимы.
Введение в Data Science и машинное обучение	https://stepik.org/course/4852/promo	Рассматриваются такие методы машинного обучения как деревья решений и нейронные сети. Практическая часть курса будет посвящена знакомству с наиболее популярными библиотеками для

		анализа данных, используя язык программирования Python — Pandas и Scikit-learn.
Машинное обучение	https://openedu.ru/course/mephi/mephim_o/	Курс посвящен изучению одного из наиболее популярных разделов машинного обучения – машинного обучения с учителем. Приводятся краткая история и парадигмы машинного обучения, основные принципы машинного обучения с учителем, рассматриваются постановки задач регрессии и классификации, используемые для их решения модели, методы обучения и оценки качества обученных моделей, рассматриваются особенности организации процесса обучения с учителем и применения методов машинного обучения для решения практических задач. Изложение ведется строгим математическим языком, сопровождается множеством формул и математических выкладок. Для изучения данного курса требуются знания университетских курсов математического анализа, линейной алгебры, теории вероятностей и математической статистики. Желательны базовые знания методов оптимизации и прикладного статистического анализа данных.
Нейронные сети	https://openedu.ru/course/mephi/mephi_ns/	Курс посвящен изучению математических основ теории нейронных сетей, приводятся краткая история теории нейронных сетей, математические модели нейросетевых архитектур, постановка задачи обучения и методы ее решения, рассматриваются особенности организации процесса обучения и применения нейронных сетей для решения практических задач. Изложение ведется строгим математическим языком, сопровождается множеством формул и математических выкладок. Для изучения данного курса требуются знания университетских курсов математического анализа, линейной

		алгебры, теории вероятностей и математической статистики.
--	--	---

Научное направление 3: Математика

Наименование онлайн-курса	Ссылка на онлайн-ресурс	Краткая аннотация
Линейная алгебра	https://teach-in.ru/course/linear-algebra/lecture	Курс содержит базовые факты и понятия линейной алгебры от матриц и систем линейных уравнений до билинейных форм и тензоров.
Аналитическая геометрия	https://openedu.ru/course/msu/ANGEOM/	Полный курс классической аналитической геометрии. Представлены разделы «Векторная алгебра», «Прямая на плоскости, плоскость и прямая в пространстве», «Кривые и поверхности второго порядка», «Аффинные преобразования».
Функции одной переменной: Часть 1 – Функции. (на русском)	https://www.coursera.org/learn/single-variable-calculus	Ряды Тейлора, пределы, правило Лопиталя, о-символика
Математический анализ	https://www.lektorium.tv/matematiceskij-analiz	Курс состоит из модулей: дифференциальное исчисление функций одной переменной; дифференциальное исчисление функций нескольких переменных; интегральное исчисление; обыкновенные дифференциальные уравнения
Ряды и интегралы	https://openedu.ru/course/spbu/INTEGRAL/?session=fall_2021	В курсе изучаются определенный и неопределенный интеграл, методы интегрирования, свойства рядов и признаки их сходимости.
Введение в комплексный анализ (на русском)	https://www.coursera.org/learn/complex-analysis	Комплексные числа, степенные ряды и Ряды Лорана, конформные отображения

Научное направление 4: Кибернетика

Наименование онлайн-курса	Ссылка на онлайн-ресурс	Краткая аннотация
Кибернетика	https://stepik.org/course/200842/promo	В этом курсе изучаются основы теории информации и управления в системах.
Основы кибернетики	https://teach-in.ru/course/fundamentals-of-cybernetics	Рассматриваются различные классы управляющих систем (классы схем), представляющие собой дискретные математические модели различных типов электронных схем, систем

		обработки информации и управления, алгоритмов и программ.
Теория кибернетических систем	https://openedu.ru/course/spbu/CYBERSYS/	Курс поможет слушателям разобраться в вопросах линейной теории, дискретных систем и дискретизации, особенностях нелинейных задач. Слушатели получат базовые знания о кибернетических системах, основных терминах, теоретических подходах и классификации систем, поймут основные проблемы кибернетики.

Научное направление 5: Математическая логика

Наименование онлайн-курса	Ссылка на онлайн-ресурс	Краткая аннотация
Математическая логика	https://stepik.org/course/83911/promo	Курс содержит три основных раздела: 1. Первичные сведения о логике. 2. Подробное изучение логических функций. 3. Практическое приложение алгебры логики. Также содержит практические задания по ходу теоретического материала, самостоятельные работы по каждому блоку и итоговый контроль по всему курсу.
Математическая логика и теория алгоритмов	https://stepik.org/course/48679/promo	Курс рассчитан на студентов, обучающихся инженерным специальностям, и школьников старших классов, увлекающихся логикой и математикой.
Логика	https://openedu.ru/course/hse/Logics	Курс знакомит слушателей с математической логикой, её методами, теоремами, приложениями. В процессе изучения курса слушатели смогут узнать о различных логических системах – о классической логике, интуиционистской логике, различных модальных логиках, а также о классической логике предикатов и теориях, построенных на её основе.

Научное направление 6: Статистика и теория вероятностей

Наименование онлайн-курса	Ссылка на онлайн-ресурс	Краткая аннотация
---------------------------	-------------------------	-------------------

Теория вероятностей	https://stepik.org/course/3089/promo	В курсе рассказывается о базовых понятиях и теоремах теории вероятностей. Он состоит из двух существенно различающихся частей. В первой части (первые два модуля) излагается классическая версия теории вероятностей, в которой в большинстве своем используются довольно элементарные методы и доказательства.
Прикладной статистический анализ	https://openedu.ru/course/hse/STATAN	Целью курса является освоение статистической методологии сбора и обработки данных из различных источников, построения статистических моделей, формирования выводов и наглядного представления результатов анализа. Даются необходимые сведения из теории вероятностей и математической статистики. Приводятся примеры решения прикладных задач с использованием современного инструментария.
Теория вероятностей и математическая статистика	https://stepik.org/course/182381/promo	Курс содержит теоретические и практические сведения по теории вероятностей и математической статистике.