

## Демонстрационный вариант комплекта заданий Второго этапа Олимпиады по Профилю «Физико-технические науки» по треку магистратуры, треку аспирантуры

Демонстрационный вариант комплекта заданий Второго этапа Олимпиады по Профилю по треку магистратуры, треку аспирантуры включает 35 заданий, из них 21 тестовое задание начального уровня с одним правильным ответом (верно выполненное задание оценивается в 1 балл), 11 заданий среднего уровня с эталонным ответом (верно выполненное задание оценивается в 3-4 балла), 3 задания высокого уровня с развернутым ответом (верно выполненное задание оценивается в 15 баллов).

Для заданий с развёрнутым ответом приводятся критерии оценивания и эталонный ответ.

### Механика

#### Задание 1

##### Начальный уровень сложности (1 балл)

Тело массы 100 кг скользит с постоянной скоростью по плоскости, наклоненной под углом  $30^\circ$  к горизонту. Чему равен модуль полной силы, действующей на тело? Ответы даны в кило-ньютонах.

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3

**Ответ: a.**

#### Задание 2

##### Начальный уровень сложности (1 балл)

Модуль силы, действующей на частицу, зависит от перемещения частицы  $s$  как  $F(s)=ks$ , где  $k$  является константой. Какова траектория частицы?

- a) парабола
- b) окружность
- c) эллипс
- d) недостаточно данных

**Ответ: d.**

#### Задание 3

##### Начальный уровень сложности (1 балл)

Как изменится период гармонических колебаний пружинного маятника, если увеличить его амплитуду колебаний в 2 раза?

- a) уменьшится в 2 раза
- b) увеличится в 2 раза
- c) останется прежним

d) увеличится в  $\sqrt{2}$  раз

**Ответ: с.**

#### Задание 4

##### Средний уровень сложности (3 балла)

Пуля массой 40 грамм входит со скоростью 1000 м/с в образец из баллистического желатина толщины 10 см и проходит через образец. Сила сопротивления среды в образце зависит от глубины проникновения  $x$  как  $F(x)=F_0 \cdot \exp(-x/d)$ , где  $F_0 = 10^5$  ньютон. Используя приближение, что пуля движется по прямой линии, перпендикулярной поверхности образца, найдите скорость пули после прохождения через образец. Округлите ответ до целого числа, в м/с.

**Ответ: 827.**

#### Задание 5

##### Средний уровень сложности (3 балла)

Прямой однородный стержень длины 0.5 метров подвешен на шарнире одним из концов и совершает колебания в вертикальной плоскости. Максимальная скорость свободного конца стержня в процессе колебаний равна 2.8 м/с. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>. Найдите максимальный угол отклонения стержня от вертикали. Округлите ответ до десятков (10), в градусах.

**Ответ: 60.**

## Термодинамика

#### Задание 6

##### Начальный уровень сложности (1 балл)

Плотность твердого железа при температуре плавления 7,6 г/см<sup>3</sup>, а жидкого – 7,4 г/см<sup>3</sup>. Как изменится температура кристаллизации железа, если давление увеличить от 1 бар (10<sup>5</sup> Па) до 10 бар?

- a) Железо перестанет плавиться
- b) Увеличится
- c) Уменьшится
- d) Не изменится

**Ответ: b.**

#### Задание 7

##### Начальный уровень сложности (1 балл)

В трехкомпонентной системе при фиксированном произвольном значении давления в равновесии могут быть в зависимости от температуры:

- a) только одна фаза

- b) одна или две фазы
- c) любое число фаз
- d) не более четырех фаз

**Ответ: d.**

### Задание 8

#### Начальный уровень сложности (1 балл)

Энергия Гиббса любой системы обладает следующими свойствами:

- a) всегда растет с ростом температуры и ее рост замедляется
- b) всегда уменьшается с ростом температуры и давления
- c) всегда растет с ростом температуры и давления
- d) всегда падает с ростом температуры и растет с ростом давления

**Ответ: d.**

### Задание 9

#### Средний уровень сложности (3 балла)

Согласно распределению Максвелла для скорости молекул  $F(v) =$

$4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 \exp\left\{-\frac{mv^2}{2kT}\right\}$ . Чему равна наиболее вероятная скорость молекул дейтерия в разряженном газе при температуре 600 К? Ответ дать в м/с, округлив до сотен.

**Ответ: 1600 м/с.**

### Задание 10

#### Средний уровень сложности (3 балла)

Рассчитайте среднее расстояние между молекулами кислорода при температуре 1000 К и давлении  $8.31 \cdot 10^{-5}$  Па. Ответ дать в микронах (1 мкм =  $10^{-6}$  м), округлив до десятых.

**Ответ: 5,5.**

## Электротехника и электроника

### Задание 11

#### Начальный уровень сложности (1 балл)

Центр равномерно заряженного шара находится на большом по сравнению с размером шара расстоянии от бесконечной равномерно заряженной плоскости. Как изменится сила взаимодействия шара и плоскости, если это расстояние увеличить в 3 раза?

- a) увеличится в 3 раза
- b) уменьшится в 3 раза
- c) уменьшится в 9 раз
- d) не изменится

**Ответ: d.**

**Задание 12****Начальный уровень сложности (1 балл)**

Площадь обкладок плоского конденсатора уменьшили в 2 раза, а расстояние между ними увеличили в 3 раза при постоянном напряжении. Как изменился модуль силы электростатического взаимодействия между ними?

- a) уменьшился в 6 раз
- b) уменьшился в 18 раз
- c) уменьшился в 12 раз
- d) увеличился в 1.5 раза

**Ответ: b.**

**Задание 13****Начальный уровень сложности (1 балл)**

Два контура с током находятся на значительно большем по сравнению с их размером расстоянии друг от друга. Это расстояние увеличили в 2 раза. Во сколько раз уменьшилась сила их взаимодействия?

- a) 2
- b) 4
- c) 8
- d) 16

**Ответ: d.**

**Задание 14****Средний уровень сложности (3 балла)**

Внутри длинного соленоида кругового сечения с постоянным током находится соосный с ним сердечник кругового сечения той же длины. Радиус соленоида в 4 раза больше радиуса сердечника, а относительная магнитная проницаемость сердечника равна 1500. Во сколько раз магнитная энергия в сердечнике больше магнитной энергии вне него? Краевыми эффектами пренебречь. Ответ дать в виде целого числа

**Ответ: 100.**

**Задание 15****Средний уровень сложности (3 балла)**

Между пластинами пустого плоского конденсатора вводят диэлектрик с относительной диэлектрической проницаемостью, равной 5. Диэлектрик заполняет треть расстояния между пластинами. Во сколько раз изменилась энергия конденсатора? Напряжение между пластинами неизменно. Ответ дать в виде дроби.

**Ответ: 15/11.**

## Задание 16

## Высокий уровень сложности (15 баллов)

Два одинаковых пустых плоских конденсатора наполовину заполнили диэлектриком. Однако первый заполнили так, что граница раздела перпендикулярна пластинам конденсатора, а второй так, что граница раздела параллельна пластинам. Ёмкость первого конденсатора оказалась в 1.8 раз больше, чем ёмкость второго. Найдите относительную диэлектрическую проницаемость диэлектрика. Краевыми эффектами пренебречь.

**Будьте внимательны:** при оценке будет учитываться ход решения, написать только ответ недостаточно.

**Решение.** Обозначим за  $C_0$  ёмкость пустого конденсатора. Первый конденсатор можно рассматривать как 2 параллельно соединённых конденсатора, ёмкость которых  $C_0/2$  и  $\epsilon C_0/2$  (2 балла). Тогда ёмкость первого конденсатора (2 балла)

$$C_1 = \frac{C_0}{2} + \frac{\epsilon C_0}{2} = \frac{C_0}{2}(\epsilon + 1). \quad (3.1.1)$$

Второй конденсатор можно представить как 2 последовательно соединённых конденсатора, ёмкость которых равна  $2C_0$  и  $2\epsilon C_0$  (2 балла). Тогда ёмкость второго конденсатора можно найти из соотношения (2 балла).

$$\frac{1}{C_2} = \frac{1}{2C_0} + \frac{1}{2\epsilon C_0} = \frac{\epsilon + 1}{2\epsilon C_0}. \quad (3.1.2)$$

Перемножая эти 2 уравнения, получаем (4 балла)

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{(\epsilon + 1)^2}{4\epsilon} = 1.8, \quad (3.1.3)$$

после чего решая это квадратное уравнение, находим  $\epsilon = 5$  (3 балла).

## Оптика

## Задание 17

## Начальный уровень сложности (1 балл)

Уравнение волны имеет вид:  $\xi(x, t) = A \cos(1000 \cdot t - 250 \cdot x)$ , где числовые значения приведены в СИ. Чему равна скорость волны?

- a) 0,4 м/с
- b) 0,25 м/с
- c) 4 м/с
- d) 250 км/с

**Ответ: с.**

## Задание 18

## Начальный уровень сложности (1 балл)

В направлении источника, излучающего звук частотой  $\nu_0 = 1000$  Гц, в воздухе движется приемник со скоростью  $v = 0.1v_S$ , где  $v_S$  – скорость звука в воздухе. Звук какой частоты регистрирует приемник?

- a) 1100 Гц

- b) 900 Гц
- c) 100 Гц
- d) 909 Гц

Ответ: а.

### Задание 19

#### Начальный уровень сложности (1 балл)

Как изменяется длина волны, соответствующая коротковолновой границе тормозного рентгеновского излучения, при увеличении ускоряющего напряжения на рентгеновской трубке в 2 раза?

- a) уменьшается в 2 раза
- b) увеличивается в 2 раза
- c) уменьшается в 4 раза
- d) увеличивается в 4 раза

Ответ: а.

### Задание 20

#### Средний уровень сложности (3 балла)

На диафрагму с круглым отверстием радиусом 1,2 мм падает нормально параллельный пучок лучей монохроматического света ( $\lambda=600$  нм). Точка наблюдения находится на оси отверстия на расстоянии  $b=2,0$  мм от него. Определите число открытых зон Френеля для точки наблюдения. Ответ дать с точность до десятых.

Ответ: 1,2.

### Задание 21

#### Средний уровень сложности (3 балла)

Найти мощность теплового излучения нагретой до  $2000^\circ\text{C}$  вольфрамовой нити длиной 1,0 см и диаметром 1.0 мм. Нить считать абсолютно черным телом, постоянную Стефана-Больцмана принять равной  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$  Вт/( $\text{м}^2 \cdot \text{К}^4$ ). Ответ дать в Вт с точностью до трех значащих цифр.

Ответ: 28,5.

## Атомная, молекулярная и химическая физика

### Задание 22

#### Начальный уровень сложности (1 балл)

Найти длину волны де Бройля для электронов, ускоренных разностью потенциалов 70 В. Энергия покоя электрона равна 0,511 МэВ. Постоянная Планка  $\hbar = 6,58 \cdot 10^{-16}$  эВ·с, скорость света  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с. Ответ дать в нм с точностью до сотых долей.

- a) 1,29

- b) 0,49
- c) 0,15
- d) 1,49

**Ответ: с.**

### Задание 23

#### Начальный уровень сложности (1 балл)

Найти комптоновскую длину волны позитрона, энергия покоя которого равна 0,511 МэВ. Постоянная Планка  $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$  Дж·с, скорость света  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с. Ответ дать в пм с точностью до сотых долей.

- a) 0,39
- b) 1,39
- c) 2,58
- d) 0,00

**Ответ: а.**

### Задание 24

#### Начальный уровень сложности (1 балл)

Найти приращение орбитального магнитного момента электрона при переходе атома водорода из основного состояния в 3d состояние. Ответ дать в магнетонах Бора с точностью до десятых долей.

- a) 1,4
- b) 2,4
- c) 3,4
- d) 0,0

**Ответ: b.**

### Задание 25

#### Средний уровень сложности (3 балла)

Найти скорость, которую получит атом водорода в результате излучения фотона при переходе с третьего уровня ( $n=3$ ) на первый. Скорость света  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с, масса протона 938 МэВ. Ответ дать в см/с с точностью до десятых долей.

**Ответ: 3,9.**

## Физика конденсированного состояния

### Задание 26

#### Начальный уровень сложности (1 балл)

Подвижность электрона в металле равна  $100 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$ . На какое расстояние (в метрах) переместится электрон за 1 миллисекунду, если к проводнику длиной 2 м приложить разность потенциалов в 0,5 В?

- a) 2.5 см
- b)  $2.5 \cdot 10^{-4}$  м
- c)  $2.5 \cdot 10^{-4}$  см
- d) 2.5 см

**Ответ: с.**

### Задание 27

**Начальный уровень сложности (1 балл)**

Дислокации относятся к следующему типу дефектов:

- a) равновесный точечный дефект
- b) равновесный линейный дефект
- c) неравновесный точечный дефект
- d) неравновесный линейный дефект

**Ответ: d.**

### Задание 28

**Начальный уровень сложности (1 балл)**

Ширина запрещенной зоны в некотором веществе равна 1.38 эВ. Какая длина волны излучения внешнего источника будет достаточна для того, чтобы облучение с этой длиной волны приводило к увеличению проводимости?

- a) 0.9 мкм
- b) 0.5 мкм
- c) 0.1 мкм
- d) 3 мкм

**Ответ: а.**

### Задание 29

**Средний уровень сложности (3 балла)**

Серебро имеет ГЦК решетку с периодом равным  $a=0,409 \text{ нм}$  и атомную массу  $M=107,9 \text{ г/моль}$ . Рассчитайте теоретическую плотность серебра. Ответ дать с точностью до сотен в  $\text{кг/м}^3$ .

**Ответ: 10500.**

### Задание 30

**Высокий уровень сложности (15 баллов)**

Кремний легирован бором с концентрацией  $10^{16} \text{ ат/см}^3$ . Оцените удельную электропроводность кремния  $\sigma$  в  $\text{Ом}^{-1} \text{ см}^{-1}$  при температуре 400 К, если подвижность



электронов ( $l_e$ ) в кремнии при данной температуре равна  $1000 \text{ cm}^2/(\text{V}\cdot\text{s})$ , а подвижность дырок ( $l_p$ ) равна  $100 \text{ cm}^2/(\text{V}\cdot\text{s})$ . Собственная проводимость кремния при 300 К равна  $5 \cdot 10^{-5} \text{ Om}^{-1} \text{ cm}^{-1}$ , а ширина запрещенной зоны 1,1 eV. Ответ округлить до 1 значащей цифры

**Будьте внимательны:** при оценке будет учитываться ход решения, написать только ответ недостаточно.

**Решение:**

Шаг 1 Если кремний легирован бором, то каждый введенный атом бора приводит к формированию 1 дырки, а, следовательно, с увеличением его концентрации растёт дырочная проводимость.

Дырочную составляющую проводимости можно оценить как  $\sigma = e \cdot N_p \cdot l_p = 0,16 \text{ Om}^{-1} \text{ cm}^{-1}$

Шаг 2 Собственная проводимость кремния может быть рассчитана по температурной зависимости как  $\ln \left( \frac{\sigma(T_2)}{\sigma(T_1)} \right) = \frac{E_F}{2k} \left\{ \frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right\}$

Тогда  $\sigma(400\text{K}) = 0,00102 \text{ Om}^{-1} \text{ cm}^{-1}$

Шаг 3 Так как собственная проводимость много меньше дырочной то проводимость равна  $0,16 \text{ Om}^{-1} \text{ cm}^{-1}$ .

**С учетом округления: 0.2**

Критерии:

Посчитать собственную проводимость – 5 баллов

Определить тип проводимости – 5 баллов

Посчитать примесную проводимость и сравнить результаты 5 баллов.

## Квантовые технологии

### Задание 31

**Начальный уровень сложности (1 балл)**

Укажите среднее значение импульса частицы в состоянии с волновой функцией

$$\psi(\vec{r}) = \frac{\sqrt{2}i}{(2\pi\hbar)^{3/2}} \sin(\vec{k}\vec{r})$$

- a)  $\hbar k$
- b) 0
- c)  $2\hbar k$
- d)  $\hbar k / 2$

**Ответ: b.**

### Задание 32

**Начальный уровень сложности (1 балл)**

Идеальный Ферми-газ, состоящий из  $N$  частиц, находится в равновесии при температуре  $T$ , его химический потенциал равен  $\mu$ . Одночастичный уровень энергии  $\varepsilon$  вырожден с кратностью  $\alpha$ . Укажите среднее число частиц на этом уровне энергии.

- a) 1  
 b)  $\alpha$   
 c)  $\frac{\alpha}{\exp\left(\frac{\varepsilon - \mu}{k_B T}\right) + 1}$   
 d)  $\frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon - \mu}{k_B T}\right) + 1}$

Ответ: с.

### Задание 33

#### Начальный уровень сложности (1 балл)

Волновая функция частицы имеет вид  $\psi(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} \exp\left(-\frac{|\vec{r}|}{a}\right)$ , где  $a$  - заданная постоянная. Укажите наиболее вероятное значение  $|\vec{r}|$ .

- a)  $a$   
 b)  $3/2a$   
 c)  $\sqrt{3}a$   
 d)  $\sqrt{21}/2a$

Ответ: а.

### Задание 34

#### Средний уровень сложности (4 балла)

В некоторый момент времени нормированная волновая функция системы имеет вид

$$\psi(q) = \frac{1}{\sqrt{3}}\psi_{A=3}(q) + \sqrt{\frac{2}{3}}\psi_{A=6}(q),$$

где  $\psi_{A=3}(q)$  и  $\psi_{A=6}(q)$  - нормированные собственные

функции состояний оператора физической величины  $A$ , отвечающие собственным значениям  $A=3$  и  $A=6$ , соответственно. Чему равно среднее значение величины  $A$  в этот момент времени? В ответе приведите целое число.

Ответ: 5

### Задание 35

#### Высокий уровень сложности (15 баллов)

На заряженный осциллятор, находящийся в основном состоянии, внезапно накладывается однородное электрическое поле. Определить вероятности перехода осциллятора в возбужденные состояния под влиянием этого возмущения. Масса и частота осциллятора равны  $m$  и  $\omega$ , соответственно. Сила электрического поля, действующая на осциллятор, равна  $F$ .

**Будьте внимательны:** при оценке будет учитываться ход решения, написать только ответ недостаточно.

### Решение.

Потенциальная энергия осциллятора в однородном поле есть

$$\begin{aligned} U(x) &= \frac{m\omega^2 x^2}{2} - Fx = \\ &= \frac{m\omega^2}{2} \left( x^2 - 2 \frac{F}{m\omega^2} x + \left( \frac{F}{m\omega^2} \right)^2 - \left( \frac{F}{m\omega^2} \right)^2 \right) = \\ &= \frac{m\omega^2}{2} (x - x_0)^2 + const \end{aligned} \quad (3.3.1)$$

(где  $x_0 = F / (m\omega^2)$ ), т.е. **снова** имеет чисто осцилляторный вид (со смещенным положением равновесия). Поэтому волновые функции стационарных состояний возмущенного осциллятора есть  $\psi_n(x - x_0)$ , где  $\psi_n(x)$  - волновые функции стационарных состояний невозмущенного осциллятора.

**(5 баллов)**

Волновую функцию возмущенного осциллятора можно разложить по нормированным волновым функциям невозмущенного осциллятора

$$\psi_n(x - x_0) = \sum_k C_{k,n} \psi_k(x - x_0), \quad (3.3.2)$$

где

$$C_{k,n} = \int dx \psi_k^*(x) \psi_n(x - x_0). \quad (3.3.3)$$

Квадрат модуля коэффициента разложения  $C_{n,k}$  дает вероятность перехода осциллятора из состояния  $k$  в состояние  $n$ . Таким образом, вероятность перехода из основного состояния ( $k=0$ ) в  $n$ -ое состояние есть

$$P_n = \left| \int dx \psi_0(x) \psi_n(x - x_0) \right|^2. \quad (3.3.4)$$

Подставляя явный вид волновых функций стационарных состояний осциллятора

$$\psi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi} \ell}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\ell^2}\right) H_n\left(\frac{x}{\ell}\right), \quad (3.3.5)$$

получаем

$$P_n = \frac{1}{2^n n! \pi} \left| \int d\left(\frac{x}{\ell}\right) \exp\left(-\frac{x^2}{2\ell^2} - \frac{(x-x_0)^2}{2\ell^2}\right) H_n\left(\frac{x-x_0}{\ell}\right) \right|^2. \quad (3.3.6)$$

где  $\ell = \sqrt{\hbar / (m\omega)}$

**(5 баллов)**

Выделяя полный квадрат

$$-\frac{x^2}{2\ell^2} - \frac{(x-x_0)^2}{2\ell^2} = -\left(\frac{x}{\ell} - \frac{x_0}{2\ell}\right)^2 - \left(\frac{x_0}{2\ell}\right)^2 \quad (3.3.7)$$

и переходя к новой переменной  $\xi \equiv \frac{x}{\ell} - \frac{x_0}{2\ell}$ , получаем

$$P_n = \frac{1}{2^n n! \pi} \exp\left(-2\left(\frac{x_0}{2\ell}\right)^2\right) \left| \int d\xi \exp(-\xi^2) H_n\left(\xi - \frac{x_0}{2\ell}\right) \right|^2, \quad (3.3.8)$$

Используя соотношение для полиномов Эрмита

$$H_n(y+x) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} H_{n-k}(x) (2y)^k, \quad (3.3.9)$$

получаем

$$\begin{aligned} \int d\xi \exp(-\xi^2) H_n\left(\xi - \frac{x_0}{2\ell}\right) &= \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} \left(\frac{x_0}{\ell}\right)^k \int d\xi \exp(-\xi^2) H_{n-k}(\xi) = \\ &= \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} \left(\frac{x_0}{\ell}\right)^k \int d\xi \exp(-\xi^2) H_0(\xi) H_{n-k}(\xi) = \\ &= \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} \left(\frac{x_0}{\ell}\right)^k \delta_{n-k,0} 2^0 0! \sqrt{\pi} = (-1)^n \sqrt{\pi} \left(\frac{x_0}{\ell}\right)^n \end{aligned} \quad (3.3.10)$$

Таким образом, получаем распределение Пуассона

$$P_n = \frac{\langle n \rangle^n}{n!} \exp(-\langle n \rangle) \quad (3.3.11)$$

со средним значением  $\langle n \rangle = \sum_{n=0}^{+\infty} n P_n = \left(\frac{x_0}{\sqrt{2\ell}}\right)^2 = \frac{F^2}{2m\hbar\omega^3}$ .

**(5 баллов)**

Ответ:  $P_n = \frac{\langle n \rangle^n}{n!} \exp(-\langle n \rangle)$ , где  $\langle n \rangle = \frac{F^2}{2m\hbar\omega^3}$

Критерии оценивания:

- 1) Получены волновые функции стационарных состояний осциллятора в однородном поле – 5 баллов
- 2) Получено общее выражение для искомой вероятности перехода – 5 баллов
- 3) Проведено интегрирование, и получено выражение для вероятности (3.3.11) – 5 баллов