

**Демонстрационный вариант комплекта заданий Второго этапа
Олимпиады по Профилю «Физико-технические науки» по треку
магистратуры, треку аспирантуры**

Демонстрационный вариант комплекта заданий Второго этапа Олимпиады по Профилю по треку магистратуры, треку аспирантуры включает 35 заданий, из них 21 тестовое задание начального уровня с одним правильным ответом (верно выполненное задание оценивается в 1 балл), 11 заданий среднего уровня с эталонным ответом (верно выполненное задание оценивается в 3-4 балла), 3 задания высокого уровня с развернутым ответом (верно выполненное задание оценивается в 15 баллов).

Для заданий с развернутым ответом приводятся критерии оценивания и эталонный ответ.

Механика

**Задание 1
Начальный уровень сложности (1 балл)**

Тело массы 100 кг скользит с постоянной скоростью по плоскости, наклоненной под углом 30° к горизонту. Чему равен модуль полной силы, действующей на тело? Ответы даны в кило-ニュтонах.

- a) 0
- b) 1
- c) 2
- d) 3

Ответ: a.

**Задание 2
Начальный уровень сложности (1 балл)**

Модуль силы, действующей на частицу, зависит от перемещения частицы s как $F(s)=ks$, где k является константой. Какова траектория частицы?

- a) парабола
- b) окружность
- c) эллипс
- d) недостаточно данных

Ответ: d.

**Задание 3
Начальный уровень сложности (1 балл)**

Как изменится период гармонических колебаний пружинного маятника, если увеличить его амплитуду колебаний в 2 раза?

- a) уменьшится в 2 раза
- b) увеличится в 2 раза
- c) останется прежним

d) увеличится в $\sqrt{2}$ раз

Ответ: с.

Задание 4
Средний уровень сложности (3 балла)

Пуля массой 40 грамм входит со скоростью 1000 м/с в образец из баллистического желатина толщины 10 см и проходит через образец. Сила сопротивления среды в образце зависит от глубины проникновения x как $F(x)=F_0 \cdot \exp(-x/d)$, где $F_0 = 10^5$ ньютон. Используя приближение, что пуля движется по прямой линии, перпендикулярной поверхности образца, найдите скорость пули после прохождения через образец. Округлите ответ до целого числа, в м/с.

Ответ: 827.

Задание 5
Средний уровень сложности (3 балла)

Прямой однородный стержень длины 0.5 метров подвешен на шарнире одним из концов и совершает колебания в вертикальной плоскости. Максимальная скорость свободного конца стержня в процессе колебаний равна 2.8 м/с. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Найдите максимальный угол отклонения стержня от вертикали. Округлите ответ до десятков (10), в градусах.

Ответ: 60.

Термодинамика

Задание 6
Начальный уровень сложности (1 балл)

Плотность твердого железа при температуре плавления 7,6 г/см³, а жидкого – 7,4 г/см³. Как изменится температура кристаллизации железа, если давление увеличить от 1 бар (10^5 Па) до 10 бар?

- a) Железо перестанет плавиться
- b) Увеличится
- c) Уменьшится
- d) Не изменится

Ответ: b.

Задание 7
Начальный уровень сложности (1 балл)

В трехкомпонентной системе при фиксированном произвольном значении давления в равновесии могут быть в зависимости от температуры:

- a) только одна фаза

- b) одна или две фазы
- c) любое число фаз
- d) не более четырех фаз

Ответ: d.

Задание 8
Начальный уровень сложности (1 балл)

Энергия Гиббса любой системы обладает следующими свойствами:

- a) всегда растет с ростом температуры и ее рост замедляется
- b) всегда уменьшается с ростом температуры и давления
- c) всегда растет с ростом температуры и давления
- d) всегда падает с ростом температуры и растет с ростом давления

Ответ: d.

Задание 9
Средний уровень сложности (3 балла)

Согласно распределению Максвелла для скорости молекул $F(v) =$

$4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 \exp\left\{-\frac{mv^2}{2kT}\right\}$. Чему равна наиболее вероятная скорость молекул дейтерия в разряженном газе при температуре 600 К? Ответ дать в м/с, округлив до сотен.

Ответ: 1600 м/с.

Задание 10
Средний уровень сложности (3 балла)

Рассчитайте среднее расстояние между молекулами кислорода при температуре 1000 К и давлении $8.31 \cdot 10^{-5}$ Па. Ответ дать в микронах ($1 \text{ мкм} = 10^{-6} \text{ м}$), округлив до десятых.

Ответ: 5,5.

Электротехника и электроника

Задание 11
Начальный уровень сложности (1 балл)

Центр равномерно заряженного шара находится на большом по сравнению с размером шара расстоянии от бесконечно равномерно заряженной плоскости. Как изменится сила взаимодействия шара и плоскости, если это расстояние увеличить в 3 раза?

- a) увеличится в 3 раза
- b) уменьшится в 3 раза
- c) уменьшится в 9 раз
- d) не изменится

Ответ: d.

Задание 12
Начальный уровень сложности (1 балл)

Площадь обкладок плоского конденсатора уменьшили в 2 раза, а расстояние между ними увеличили в 3 раза при постоянном напряжении. Как изменился модуль силы электростатического взаимодействия между ними?

- a) уменьшился в 6 раз
- b) уменьшился в 18 раз
- c) уменьшился в 12 раз
- d) увеличился в 1.5 раза

Ответ: b.

Задание 13
Начальный уровень сложности (1 балл)

Два контура с током находятся на значительно большем по сравнению с их размером расстоянии друг от друга. Это расстояние увеличили в 2 раза. Во сколько раз уменьшилась сила их взаимодействия?

- a) 2
- b) 4
- c) 8
- d) 16

Ответ: d.

Задание 14
Средний уровень сложности (3 балла)

Внутри длинного соленоида кругового сечения с постоянным током находится соосный с ним сердечник кругового сечения той же длины. Радиус соленоида в 4 раза больше радиуса сердечника, а относительная магнитная проницаемость сердечника равна 1500. Во сколько раз магнитная энергия в сердечнике больше магнитной энергии вне него? Краевыми эффектами пренебречь. Ответ дать в виде целого числа

Ответ: 100.

Задание 15
Средний уровень сложности (3 балла)

Между пластинами пустого плоского конденсатора вводят диэлектрик с относительной диэлектрической проницаемостью, равной 5. Диэлектрик заполняет треть расстояния между пластинами. Во сколько раз изменилась энергия конденсатора? Напряжение между пластинами неизменно. Ответ дать в виде дроби.

Ответ: 15/11.

Задание 16

Высокий уровень сложности (15 баллов)

Два одинаковых пустых плоских конденсатора наполовину заполнили диэлектриком. Однако первый заполнили так, что граница раздела перпендикулярна пластинам конденсатора, а второй так, что граница раздела параллельна пластинам. Ёмкость первого конденсатора оказалась в 1.8 раз больше, чем ёмкость второго. Найдите относительную диэлектрическую проницаемость диэлектрика. Краевыми эффектами пренебречь.

Будьте внимательны: при оценке будет учитываться ход решения, написать только ответ недостаточно.

Решение. Обозначим за C_0 ёмкость пустого конденсатора. Первый конденсатор можно рассматривать как 2 параллельно соединённых конденсатора, ёмкость которых $C_0/2$ и $\epsilon C_0/2$ (2 балла). Тогда ёмкость первого конденсатора (2 балла)

$$C_1 = \frac{C_0}{2} + \frac{\epsilon C_0}{2} = \frac{C_0}{2}(\epsilon + 1). \quad (3.1.1)$$

Второй конденсатор можно представить как 2 последовательно соединённых конденсатора, ёмкость которых равна $2C_0$ и $2\epsilon C_0$ (2 балла). Тогда ёмкость второго конденсатора можно найти из соотношения (2 балла).

$$\frac{1}{C_2} = \frac{1}{2C_0} + \frac{1}{2\epsilon C_0} = \frac{\epsilon+1}{2\epsilon C_0}. \quad (3.1.2)$$

Перемножая эти 2 уравнения, получаем (4 балла)

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{(\epsilon+1)^2}{4\epsilon} = 1.8, \quad (3.1.3)$$

после чего решая это квадратное уравнение, находим $\epsilon = 5$ (3 балла).

Оптика

Задание 17

Начальный уровень сложности (1 балл)

Уравнение волны имеет вид: $\xi(x, t) = A \cos(1000 \cdot t - 250 \cdot x)$, где числовые значения приведены в СИ. Чему равна скорость волны?

- a) 0,4 м/с
- b) 0,25 м/с
- c) 4 м/с
- d) 250 км/с

Ответ: c.

Задание 18

Начальный уровень сложности (1 балл)

В направлении источника, излучающего звук частотой $v_0 = 1000$ Гц, в воздухе движется приемник со скоростью $v = 0.1v_S$, где v_S – скорость звука в воздухе. Звук какой частоты регистрирует приемник?

- a) 1100 Гц

- b) 900 Гц
- c) 100 Гц
- d) 909 Гц

Ответ: а.

Задание 19

Начальный уровень сложности (1 балл)

Как изменяется длина волны, соответствующая коротковолновой границе тормозного рентгеновского излучения, при увеличении ускоряющего напряжения на рентгеновской трубке в 2 раза?

- a) уменьшается в 2 раза
- b) увеличивается в 2 раза
- c) уменьшается в 4 раза
- d) увеличивается в 4 раза

Ответ: а.

Задание 20

Средний уровень сложности (3 балла)

На диафрагму с круглым отверстием радиусом 1,2 мм падает нормально параллельный пучок лучей монохроматического света ($\lambda=600$ нм). Точка наблюдения находится на оси отверстия на расстоянии $b=2,0$ мм от него. Определите число открытых зон Френеля для точки наблюдения. Ответ дать с точностью до десятых.

Ответ: 1,2.

Задание 21

Средний уровень сложности (3 балла)

Найти мощность теплового излучения нагретой до 2000°C вольфрамовой нити длиной 1,0 см и диаметром 1.0 мм. Нить считать абсолютно черным телом, постоянную Стефана-Больцмана принять равной $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}^4)$. Ответ дать в Вт с точностью до трех значащих цифр.

Ответ: 28,5.

Атомная, молекулярная и химическая физика

Задание 22

Начальный уровень сложности (1 балл)

Найти длину волны де Броиля для электронов, ускоренных разностью потенциалов 70 В. Энергия покоя электрона равна 0,511 МэВ. Постоянная Планка $\hbar = 6,58 \cdot 10^{-16}$ эВ·с, скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. Ответ дать в нм с точностью до сотых долей.

- a) 1,29

- b) 0,49
- c) 0,15
- d) 1,49

Ответ: c.

Задание 23

Начальный уровень сложности (1 балл)

Найти комптоновскую длину волны позитрона, энергия покоя которого равна 0,511 МэВ. Постоянная Планка $\hbar = 1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж·с, скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с. Ответ дать в пм с точностью до сотых долей.

- a) 0,39
- b) 1,39
- c) 2,58
- d) 0,00

Ответ: a.

Задание 24

Начальный уровень сложности (1 балл)

Найти приращение орбитального магнитного момента электрона при переходе атома водорода из основного состояния в 3d состояние. Ответ дать в магнетонах Бора с точностью до десятых долей.

- a) 1,4
- b) 2,4
- c) 3,4
- d) 0,0

Ответ: b.

Задание 25

Средний уровень сложности (3 балла)

Найти скорость, которую получит атом водорода в результате излучения фотона при переходе с третьего уровня ($n=3$) на первый. Скорость света $c = 3 \cdot 10^8$ м/с, масса протона 938 МэВ. Ответ дать в см/с с точностью до десятых долей.

Ответ: 3,9.

Физика конденсированного состояния

Задание 26

Начальный уровень сложности (1 балл)

Подвижность электрона в металле равна $100 \text{ см}^2/(\text{В}\cdot\text{с})$. На какое расстояние (в метрах) переместится электрон за 1 миллисекунду, если к проводнику длиной 2 м приложить разность потенциалов в 0,5 В?

- a) 2.5 см
- b) $2.5 \cdot 10^{-4}$ м
- c) $2.5 \cdot 10^{-4}$ см
- d) 2.5 см

Ответ: c.

Задание 27
Начальный уровень сложности (1 балл)

Дислокации относятся к следующему типу дефектов:

- a) равновесный точечный дефект
- b) равновесный линейный дефект
- c) неравновесный точечный дефект
- d) неравновесный линейный дефект

Ответ: d.

Задание 28
Начальный уровень сложности (1 балл)

Ширина запрещенной зоны в некотором веществе равна 1.38 эВ. Какая длина волны излучения внешнего источника будет достаточна для того, чтобы облучение с этой длиной волны приводило к увеличению проводимости?

- a) 0.9 мкм
- b) 0.5 мкм
- c) 0.1 мкм
- d) 3 мкм

Ответ: a.

Задание 29
Средний уровень сложности (3 балла)

Серебро имеет ГЦК решетку с периодом равным $a=0,409$ нм и атомную массу $M=107,9$ г/моль. Рассчитайте теоретическую плотность серебра. Ответ дать с точностью до сотен в $\text{кг}/\text{м}^3$.

Ответ: 10500.

Задание 30
Высокий уровень сложности (15 баллов)

Кремний легирован бором с концентрацией 10^{16} at/cm³. Оцените удельную электропроводность кремния σ в $\text{Om}^{-1} \text{ см}^{-1}$ при температуре 400 К, если подвижность

электронов (I_e) в кремнии при данной температуре равна $1000 \text{ cm}^2/(\text{V*s})$, а подвижность дырок (I_p) равна $100 \text{ cm}^2/(\text{V*s})$. Собственная проводимость кремния при 300 К равна $5 \cdot 10^{-5} \text{ Om}^{-1} \text{ cm}^{-1}$, а ширина запрещенной зоны 1,1 eV. Ответ округлить до 1 значащей цифры

Будьте внимательны: при оценке будет учитываться ход решения, написать только ответ недостаточно.

Решение:

Шаг 1 Если кремний легирован бором, то каждый введенный атом бора приводит к формированию 1 дырки, а, следовательно, с увеличением его концентрации растет дырочная проводимость.

Дырочную составляющую проводимости можно оценить как $\sigma = e * N_p * I_p = 0,16 \text{ Om}^{-1} \text{ cm}^{-1}$

Шаг 2 Собственная проводимость кремния может быть рассчитана по температурной зависимости как $\ln\left(\frac{\sigma(T_2)}{\sigma(T_1)}\right) = \frac{E_F}{2k}\left\{\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right\}$

Тогда $\sigma(400\text{K}) = 0,00102 \text{ Om}^{-1} \text{ cm}^{-1}$

Шаг 3 Так как собственная проводимость много меньше дырочной то проводимость равна $0.16 \text{ Om}^{-1} \text{ cm}^{-1}$.

С учетом округления: 0.2

Критерии:

Посчитать собственную проводимость – 5 баллов

Определить тип проводимости – 5 баллов

Посчитать примесную проводимость и сравнить результаты 5 баллов.

Квантовые технологии

Задание 31

Начальный уровень сложности (1 балл)

Укажите среднее значение импульса частицы в состоянии с волновой функцией

$$\psi(\vec{r}) = \frac{\sqrt{2}i}{(2\pi\hbar)^{3/2}} \sin(\vec{k}\vec{r})$$

- a) $\hbar k$
- b) 0
- c) $2\hbar k$
- d) $\hbar k / 2$

Ответ: b.

Задание 32

Начальный уровень сложности (1 балл)

Идеальный Ферми-газ, состоящий из N частиц, находится в равновесии при температуре T , его химический потенциал равен μ . Одночастичный уровень энергии ε вырожден с кратностью α . Укажите среднее число частиц на этом уровне энергии.

- a) 1
- b) α
- c)
$$\frac{\alpha}{\exp\left(\frac{\varepsilon - \mu}{k_B T}\right) + 1}$$
- d)
$$\frac{1}{\exp\left(\frac{\varepsilon - \mu}{k_B T}\right) + 1}$$

Ответ: c.

Задание 33 Начальный уровень сложности (1 балл)

Волновая функция частицы имеет вид $\psi(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{\pi a^3}} \exp\left(-\frac{|\vec{r}|}{a}\right)$, где a - заданная постоянная. Укажите наиболее вероятное значение $|\vec{r}|$.

- a) a
- b) $3/2a$
- c) $\sqrt{3}a$
- d) $\sqrt{21}/2a$

Ответ: a.

Задание 34 Средний уровень сложности (4 балла)

В некоторый момент времени нормированная волновая функция системы имеет вид

$$\psi(q) = \frac{1}{\sqrt{3}}\psi_{A=3}(q) + \sqrt{\frac{2}{3}}\psi_{A=6}(q),$$

где $\psi_{A=3}(q)$ и $\psi_{A=6}(q)$ - нормированные собственные

функции состояний оператора физической величины A, отвечающие собственным значениям A=3 и A=6, соответственно. Чему равно среднее значение величины A в этот момент времени? В ответе приведите целое число.

Ответ: 5

Задание 35 Высокий уровень сложности (15 баллов)

На заряженный осциллятор, находящийся в основном состоянии, внезапно накладывается однородное электрическое поле. Определить вероятности перехода осциллятора в возбужденные состояния под влиянием этого возмущения. Масса и частота осциллятора равны m и ω , соответственно. Сила электрического поля, действующая на осциллятор, равна F .

Будьте внимательны: при оценке будет учитываться ход решения, написать только ответ недостаточно.

Решение.

Потенциальная энергия осциллятора в однородном поле есть

$$\begin{aligned} U(x) &= \frac{m\omega^2 x^2}{2} - Fx = \\ &= \frac{m\omega^2}{2} \left(x^2 - 2 \frac{F}{m\omega^2} x + \left(\frac{F}{m\omega^2} \right)^2 - \left(\frac{F}{m\omega^2} \right)^2 \right) = \\ &= \frac{m\omega^2}{2} (x - x_0)^2 + const \end{aligned} \quad (3.3.1)$$

(где $x_0 = F / (m\omega^2)$), т.е. **снова** имеет чисто осцилляторный вид (со смещенным положением равновесия). Поэтому волновые функции стационарных состояний возмущенного осциллятора есть $\psi_n(x - x_0)$, где $\psi_n(x)$ - волновые функции стационарных состояний невозмущенного осциллятора.

(5 баллов)

Волновую функцию возмущенного осциллятора можно разложить по нормированным волновым функциям невозмущенного осциллятора

$$\psi_n(x - x_0) = \sum_k C_{k,n} \psi_k(x - x_0), \quad (3.3.2)$$

где

$$C_{k,n} = \int dx \psi_k^*(x) \psi_n(x - x_0). \quad (3.3.3)$$

Квадрат модуля коэффициента разложения $C_{n,k}$ дает вероятность перехода осциллятора из состояния k в состояние n . Таким образом, вероятность перехода из основного состояния ($k=0$) в n -ое состояние есть

$$P_n = \left| \int dx \psi_0(x) \psi_n(x - x_0) \right|^2. \quad (3.3.4)$$

Подставляя явный вид волновых функций стационарных состояний осциллятора

$$\psi_n(x) = \frac{1}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi} \ell}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\ell^2}\right) H_n\left(\frac{x}{\ell}\right), \quad (3.3.5)$$

получаем

$$P_n = \frac{1}{2^n n! \pi} \left| \int d\left(\frac{x}{\ell}\right) \exp\left(-\frac{x^2}{2\ell^2} - \frac{(x - x_0)^2}{2\ell^2}\right) H_n\left(\frac{x - x_0}{\ell}\right) \right|^2, \quad (3.3.6)$$

где $\ell = \sqrt{\hbar / (m\omega)}$

(5 баллов)

Выделяя полный квадрат

$$-\frac{x^2}{2\ell^2} - \frac{(x-x_0)^2}{2\ell^2} = -\left(\frac{x}{\ell} - \frac{x_0}{2\ell}\right)^2 - \left(\frac{x_0}{2\ell}\right)^2 \quad (3.3.7)$$

и переходя к новой переменной $\xi \equiv \frac{x}{\ell} - \frac{x_0}{2\ell}$, получаем

$$P_n = \frac{1}{2^n n! \pi} \exp\left(-2\left(\frac{x_0}{2\ell}\right)^2\right) \left| \int d\xi \exp(-\xi^2) H_n\left(\xi - \frac{x_0}{2\ell}\right) \right|^2, \quad (3.3.8)$$

Используя соотношение для полиномов Эрмита

$$H_n(y+x) = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} H_{n-k}(x) (2y)^k, \quad (3.3.9)$$

получаем

$$\begin{aligned} \int d\xi \exp(-\xi^2) H_n\left(\xi - \frac{x_0}{2\ell}\right) &= \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} \left(\frac{x_0}{\ell}\right)^k \int d\xi \exp(-\xi^2) H_{n-k}(\xi) = \\ &= \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} \left(\frac{x_0}{\ell}\right)^k \int d\xi \exp(-\xi^2) H_0(\xi) H_{n-k}(\xi) = \\ &= \sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} \left(\frac{x_0}{\ell}\right)^k \delta_{n-k,0} 2^0 0! \sqrt{\pi} = (-1)^n \sqrt{\pi} \left(\frac{x_0}{\ell}\right)^n \end{aligned} \quad (3.3.10)$$

Таким образом, получаем распределение Пуассона

$$P_n = \frac{\langle n \rangle^n}{n!} \exp(-\langle n \rangle) \quad (3.3.11)$$

со средним значением $\langle n \rangle = \sum_{n=0}^{+\infty} n P_n = \left(\frac{x_0}{\sqrt{2\ell}}\right)^2 = \frac{F^2}{2m\hbar\omega^3}$.

(5 баллов)

Ответ: $P_n = \frac{\langle n \rangle^n}{n!} \exp(-\langle n \rangle)$, где $\langle n \rangle = \frac{F^2}{2m\hbar\omega^3}$

Критерии оценивания:

- 1) Получены волновые функции стационарных состояний осциллятора в однородном поле – 5 баллов
- 2) Получено общее выражение для искомой вероятности перехода – 5 баллов
- 3) Проведено интегрирование, и получено выражение для вероятности (3.3.11) – 5 баллов