

**Демонстрационный вариант комплекта заданий Второго этапа  
Олимпиады по Профилю «Прикладная математика и искусственный  
интеллект» по треку бакалавриата**

Демонстрационный вариант комплекта заданий по Профилю для 2 этапа Олимпиады по треку бакалавриата включает 36 заданий, из них 22 тестовых задания начального уровня с одним правильным ответом (верно выполненное задание оценивается в 1 балл), 11 тестовых заданий среднего уровня с эталонным ответом (верно выполненное задание оценивается в 4 балла), 3 задания высокого уровня с развернутым ответом (верно выполненное задание оценивается в 11-12 баллов).

В тестовых заданиях правильные ответы выделены жирным шрифтом.

Для заданий с развернутым ответом приводятся критерии оценивания и эталонный ответ.

**Научное направление 1: Математическая логика**

**Задание 1  
Начальный уровень сложности (1 балл)**

Какое из высказываний является логически эквивалентным для высказывания  $\overline{A \Rightarrow (B \vee C)}$ ?

- a)  $A \wedge \overline{B} \wedge \overline{C}$
- b)  $\overline{A} \wedge \overline{B} \wedge \overline{C}$
- c)  $A \wedge (\overline{B} \vee \overline{C})$
- d)  $\overline{A} \wedge (B \vee C)$

**Ответ:** a

**Задание 2  
Начальный уровень сложности (1 балл)**

Таня младше Вики, но старше Сони. Катя старше Тани, но младше Вики. Аня старше Тани, но младше Вики. Двое из этих девочек ровесницы. Назовите ровесниц, самую младшую и самую старшую девочку.

- a) Ровесницы Таня и Аня. Самая младшая – Катя, самая старшая – Вика.
- b) **Ровесницы Катя и Аня. Самая младшая – Соня, самая старшая – Вика.**
- c) Ровесницы Соня и Аня. Самая младшая – Катя, самая старшая – Вика.
- d) Ровесницы Катя и Аня. Самая младшая – Таня, самая старшая – Вика.

**Ответ:** Ответ b

**Задание 3  
Начальный уровень сложности (1 балл)**

Укажите уравнение, которое не имеет решений:

- a)  $x^2 - 5x - 7 = 0$

**ONE CLICK TO OPEN ALL DOORS**

od.globaluni.ru

- b)  $3^x = \sqrt{2} - 2$   
 c)  $\log_2(2x+3) = -\pi$   
 d)  $\cos x = 0,7$

**Ответ:** b

**Задание 4**  
**Высокий уровень сложности (12 баллов)**

Рассматриваются все пятизначные натуральные числа в десятичной записи.

- Сколько существует пятизначных натуральных чисел, в записи которых присутствуют только различные нечетные цифры?
- Сколько существует пятизначных натуральных чисел, в записи которых присутствуют только нечетные цифры?
- Найдите сумму всех пятизначных натуральных чисел, составленных из нечетных цифр.
- Найдите вероятность того, что в записи случайно выбранного пятизначного натурального числа будут только нечетные цифры.

**Будьте внимательны:** при оценке будет учитываться ход решения, написать только ответ недостаточно.

**Решение:**

1. Всего есть пять нечетных цифр: 1, 3, 5, 7, 9. Поэтому количество пятизначных натуральных чисел, в записи которых присутствуют только различные нечетные цифры, совпадает с числом перестановок без повторений из 5 элементов. Количество таких чисел равно  $5! = 120$ .

2. Количество пятизначных чисел, в записи которых присутствуют только нечетные цифры, совпадает с числом размещений с повторениями из 5 элементов по 5. Количество таких чисел равно  $5^5 = 3125$ .

3. 1-й способ. Рассмотрим все пятизначные нечетные числа и найдем сначала сумму цифр, которые стоят в разряде единиц. Каждая из нечетных цифр в разряде единиц встречается столько раз, сколько существует четырехзначных чисел, в записи которых присутствуют только нечетные цифры, то есть  $5^4 = 625$  раз. Тогда сумма цифр, стоящих в разряде единиц всех пятизначных чисел, которые составлены из нечетных цифр, равна  $625 \cdot (1 + 3 + 5 + 7 + 9) = 625 \cdot 25 = 15\,625$ . Аналогично, сумма цифр, которые стоят в разряде десятков, сотен, тысяч и десятков тысяч, равна 15 625. Тогда сумма всех пятизначных чисел, составленных из нечетных цифр равна  $15\,625 \cdot (1+10+100+1000+10\,000) = 15\,625 \cdot 11\,111 = 173\,609\,375$ .

2-ой способ. Пары нечетных цифр 3 и 7, 1 и 9 симметричны относительно цифры 5. Рассмотрим пятизначное число, составленное из нечетных цифр  $\underline{a_4a_3a_2a_1a_0} = a_4 \cdot 10^4 + a_3 \cdot 10^3 + a_2 \cdot 10^2 + a_1 \cdot 10 + a_0$ , где  $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4$  – нечетные цифры.

Тогда для  $i = 0, 1, 2, 3, 4$  цифра  $10 - a_i$  нечетная. Если данное число не равно 55 555, то число  $\underline{(10-a_4)(10-a_3)(10-a_2)(10-a_1)(10-a_0)} = (10 - a_4) \cdot 10^4 + (10 - a_3) \cdot 10^3 + (10 - a_2) \cdot 10^2 +$

$+ (10 - a_1) \cdot 10 + (10 - a_0)$  составлено из нечетных цифр и симметрично числу  $\underline{a_4a_3a_2a_1a_0}$  относительно 55 555. Поэтому все пятизначные числа, составленные из нечетных цифр, можно разбить на симметричные относительно числа 55 555 пары (для числа 55 555 пары не будет). Количество пятизначных чисел, в записи которых присутствуют только нечетные

**ONE CLICK TO OPEN ALL DOORS**

цифры, равно 3125 (смотри решение пункта 2), тогда пар симметричных относительно 55 555 чисел будет  $(3125 - 1)/2 = 1562$ . Сумма чисел в каждой паре будет равна  $(10 - a_4)(10 - a_3)(10 - a_2)(10 - a_1)(10 - a_0) + a_4a_3a_2a_1a_0 = 10 \cdot 10^4 + 10 \cdot 10^3 + 10 \cdot 10^2 + 10 \cdot 10 + 10 = 111\ 110$ . Тогда сумма всех пятизначных чисел, составленных из нечетных цифр равна  $1562 \cdot 111\ 110 + 55\ 555 = 173\ 609\ 375$ .

4. Всего пятизначных чисел  $99\ 999 - 9\ 999 = 90\ 000$ , а пятизначных чисел, в записи которых присутствуют только нечетные цифры, 3125 (смотри решение пункта 2). Тогда вероятность того, что в записи случайно выбранного пятизначного числа будут только нечетные цифры равна  $\frac{3125}{90000} = \frac{5}{144}$ .

**Ответ:** 1) 120; 2) 3125; 3) 173 609 375; 4)  $\frac{5}{144}$ .

#### Критерии оценивания:

| Номер вопроса | Критерий   | балл |
|---------------|--|------|
| 1             | Обоснованно верно найдено количество пятизначных натуральных чисел, в записи которых присутствуют только различные нечетные цифры.   | 2    |
|               | Получен неверный ответ на первый вопрос задачи из-за вычислительной ошибки, но указано, что нужно найти число перестановок без повторений из пяти элементов.   | 1    |
|               | Решение первого вопроса не соответствует ни одному из перечисленных критериев  | 0    |
| 2             | Обоснованно верно найдено количество пятизначных натуральных чисел, в записи которых присутствуют только нечетные цифры.   | 3    |
|               | Получен неверный ответ на второй вопрос задачи из-за вычислительной ошибки, но указано, что нужно найти число размещений с повторениями из 5 элементов по 5  | 1    |
|               | Решение второго вопроса не соответствует ни одному из перечисленных критериев  | 0    |
| 3             | Обоснованно верно найдена сумма всех пятизначных натуральных чисел, составленных из нечетных цифр.   | 5    |
|               | Получен неверный ответ на третий вопрос задачи из-за вычислительной ошибки   | 3    |
|               | Получен верный ответ на третий вопрос задачи, но не обосновано, почему можно эту сумму найти указанным способом (для первого способа решения почему каждая нечетная цифра в разряде встречается 625 раз, для второго способа решения почему все числа, кроме одного, разбиваются на пары с равными суммами или аналогичная ситуация) | 2    |
|               | Сумма не найдена, но в решении указан верный подход к вычислению суммы (используя указанный в работе алгоритм, можно найти верное значение суммы)  | 1    |
|               | Решение третьего вопроса не соответствует ни одному из перечисленных критериев   | 0    |

|                              |   |    |
|------------------------------|---|----|
| 4                            | Обоснованно получен верный ответ на четвертый вопрос задачи.  | 2  |
|                              | Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но указано, что вероятность можно найти по классическому определению вероятности, и верно найдены количество всех пятизначных натуральных чисел и количество пятизначных натуральных чисел, составленных из нечетных цифр | 1  |
|                              | Решение четвертого вопроса не соответствует ни одному из перечисленных критериев  | 0  |
| Максимальный балл за задание |   | 12 |

## Научное направление 2: Математика

### Задание 5 Начальный уровень сложности (1 балл)

Решите неравенство  $\frac{x^2+5x+6}{x^2+3x+2} < 0$

- a)  $(-3; -2) \cup (-2; -1)$
- b)  $(-\infty; -3) \cup (-2; -1)$
- c)  $(-3; -1)$
- d)  $(-\infty; -3) \cup (-1; +\infty)$

**Ответ:** a

### Задание 6 Начальный уровень сложности (1 балл)

Найдите наименьший положительный корень уравнения  $\sin(\pi x) = \frac{1}{2}$

- a)  $\frac{5}{6}$
- b)  $\frac{1}{6}$**
- c)  $\frac{\pi}{6}$
- d)  $\frac{1}{2}$

**Ответ:** Ответ b

### Задание 7 Средний уровень сложности (4 балла)

Найдите значение выражения  $\frac{\cos 2x}{\sin x \cdot \cos x + \sin^2 x} - \operatorname{ctg} x$

**Ответ:** -1

**ONE CLICK TO OPEN ALL DOORS**

od.globaluni.ru

**Задание 8**  
**Средний уровень сложности (4 балла)**

Найдите целое решение неравенства  $\log_{\frac{2}{3}}\left(x^2 - \frac{11x}{2} + \frac{15}{2}\right) > -1$ .

**Ответ:** 2

**Научное направление 3: Математическая физика**

**Задание 9**  
**Начальный уровень сложности (1 балл)**

Расстояние  $s$  (в метрах) до места удара молнии можно приблизенно вычислить по формуле  $s = 330t$ , где  $t$  – количество секунд, прошедших между вспышкой молнии и ударом грома. Определите, на каком расстоянии от места удара молнии находится наблюдатель, если  $t = 14$  с. Ответ дайте в километрах, округлив его до целых.

- a) 4
- b) 46
- c) 5
- d) 4620

**Ответ:** c

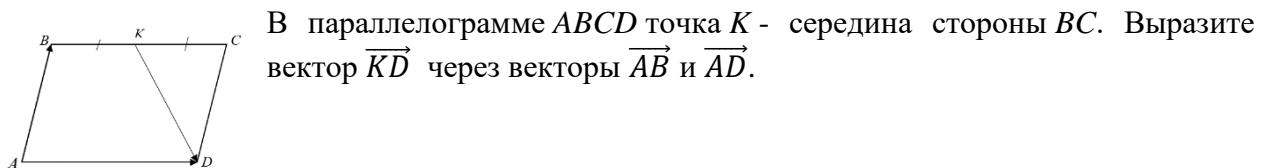
**Задание 10**  
**Начальный уровень сложности (1 балл)**

Найдите ординату точки пересечения графиков функций  $y = |2x - 3|$  и  $y = -2x + 5$

- a) 2
- b) 1**
- c) 0,5
- d) -2

**Ответ:** b

**Задание 11**  
**Начальный уровень сложности (1 балл)**



- a)  $\overrightarrow{KD} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$
- b)  $\overrightarrow{KD} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}$
- c)  $\overrightarrow{KD} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}$

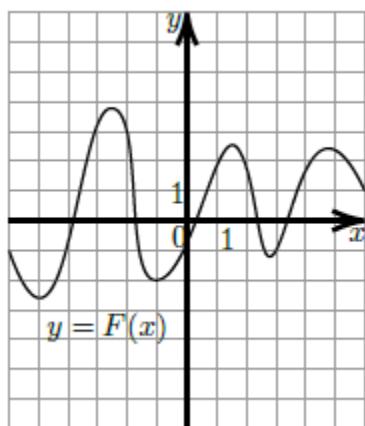
**ONE CLICK TO OPEN ALL DOORS**

od.globaluni.ru

d)  $\overrightarrow{KD} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB}$

Ответ: b

**Задание 12**  
**Средний уровень сложности (4 балла)**



На рисунке изображён график функции  $y = F(x)$  — одной из первообразных функций  $f(x)$ , определённой на отрезке  $[-6, 6]$ . Найдите количество решений уравнения  $f(x) = 0$  на интервале  $(-3, 3)$ .

Ответ: 4.

**Научное направление 4: Прикладная математика**

**Задание 13**  
**Начальный уровень сложности (1 балл)**

Брюки дороже рубашки на 30% и дешевле пиджака на 22%. На сколько процентов рубашка дешевле пиджака?

- a) 52%
- b) 8%
- c) **40%**
- d) 26%

Ответ: c

**Задание 14**  
**Начальный уровень сложности (1 балл)**

Найдите точку максимума функции  $y = \sqrt{4x - x^2 - 3}$

- a) 1
- b) 2**
- c) -2
- d) 4

Ответ: b

**Задание 15**  
**Средний уровень сложности (4 балла)**

Катеты прямоугольного треугольника равны 3 и 4. Найдите радиус вписанной в этот треугольник окружности.

**Ответ:** 1

**Задание 16**  
**Высокий уровень сложности (11 баллов)**

Задан прямоугольный треугольник, длины катетов которого выражаются иррациональными числами.

1. Может ли площадь такого треугольника быть рациональным числом?
2. Могут ли и площадь, и периметр такого треугольника быть числами рациональными?
3. Могут ли и площадь, и сумма длин катетов, и длина биссектрисы, проведенной из вершины прямого угла, такого треугольника быть числами рациональными?

**Будьте внимательны:** при оценке будет учитываться ход решения, написать только ответ недостаточно.

**Решение:**

Пусть  $a$  и  $b$  – длины катетов,  $c$  – длина гипотенузы,  $S$  – площадь треугольника,  $P$  – периметр треугольника,  $l$  – длина биссектрисы, проведенной из вершины прямого угла.

1. Может. Приведем пример. Пусть  $a = \sqrt{2}$ ,  $b = 2\sqrt{2}$ ,  $a$ ,  $b$  – числа иррациональные. Тогда  $S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} = 2$  – число рациональное.

2. Могут. Приведем пример. Пусть  $a = 5 - \sqrt{7}$ ,  $b = 5 + \sqrt{7}$ ,  $a$ ,  $b$  – числа иррациональные. Тогда  $S = \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2} \cdot (5 - \sqrt{7}) \cdot (5 + \sqrt{7}) = 9$  – число рациональное. По теореме Пифагора  $c = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(5 - \sqrt{7})^2 + (5 + \sqrt{7})^2} = \sqrt{2 \cdot (25 + 7)} = 8$ ,  $P = a + b + c = (5 - \sqrt{7}) + (5 + \sqrt{7}) + 8 = 18$  – число рациональное.

3. Не могут. Пусть, от противного, существуют иррациональные  $a$ ,  $b$  такие, что  $S$ ,  $a + b$  и  $l$  – числа рациональные. Рассмотрим  $\Delta ABC$  с прямым углом  $C$ ,  $AC = b$ ,  $CB = a$ . Проведем биссектрису  $CD$ ,  $CD = l$ .  $S = \frac{1}{2}ab$  – число рациональное по предположению. С другой стороны,  $S = S_{ACD} + S_{BCD}$ .  $\angle ACD = \angle BCD = 45^\circ$ , так как  $CD$  – биссектриса прямого угла  $C$ .

$S_{ACD} = \frac{1}{2}AC \cdot CD \cdot \sin \angle ACD$ ,  $S_{BCD} = \frac{1}{2}BC \cdot CD \cdot \sin \angle BCD$ , тогда

$$S = \frac{1}{2}al \sin 45^\circ + \frac{1}{2}bl \sin 45^\circ = \frac{1}{2}l(a + b) \sin 45^\circ = \frac{1}{4}l(a + b) \cdot \sqrt{2}.$$

Равенство  $S = \frac{1}{4}l(a + b) \cdot \sqrt{2}$  невозможно, так как  $S$  – число рациональное по предположению, а  $\frac{1}{4}l(a + b) \cdot \sqrt{2}$  – число иррациональное как

**ONE CLICK TO OPEN ALL DOORS**

od.globaluni.ru

произведение рационального числа  $\frac{1}{4}l(a+b)$  ( $a+b$  и  $l$  – числа рациональные по предположению) на иррациональное число  $\sqrt{2}$ .

**Ответ:** 1. Может. 2. Могут. 3. Не могут.

**Критерии оценивания:**

| Номер вопроса | Критерий   | балл |
|---------------|--|------|
| 1             | Приведен пример прямоугольного треугольника, удовлетворяющего условиям задачи, и показано, что для приведенного примера площадь является числом рациональным   | 3    |
|               | Приведен пример прямоугольного треугольника, удовлетворяющего условиям задачи, и показано, что для приведенного примера площадь является числом рациональным, но допущена вычислительная ошибка                                | 2    |
|               | Приведен пример прямоугольного треугольника, удовлетворяющего условиям задачи, но не показано, что для приведенного примера площадь является числом рациональным   | 1    |
|               | Решение первого вопроса не соответствует ни одному из перечисленных критериев  | 0    |
| 2             | Приведен пример прямоугольного треугольника, удовлетворяющего условиям задачи, и показано, что для приведенного примера площадь и периметр являются числами рациональными  | 4    |
|               | Приведен пример прямоугольного треугольника, удовлетворяющего условиям задачи, и показано, что для приведенного примера площадь и периметр являются числами рациональными, но допущена вычислительная ошибка                   | 2    |
|               | Приведен пример прямоугольного треугольника, удовлетворяющего условиям задачи, но не показано, что для приведенного примера площадь и периметр являются числами рациональными  | 1    |
|               | Решение второго вопроса не соответствует ни одному из перечисленных критериев  | 0    |
| 3             | Доказано, что не существует прямоугольного треугольника с иррациональными катетами, удовлетворяющего условиям третьего вопроса задачи.   | 4    |
|               | Доказано, что не существует прямоугольного треугольника с иррациональными катетами, удовлетворяющего условиям третьего вопроса задачи, но при доказательстве допущена вычислительная ошибка, не влияющая на логику рассуждений | 3    |
|               | При доказательстве того, что не существует прямоугольного треугольника с иррациональными катетами, удовлетворяющего условиям третьего вопроса задачи пропущен один из несущественных случаев.                                  | 2    |

|                              |   |    |
|------------------------------|---|----|
|                              | При доказательстве того, что не существует прямоугольного треугольника с иррациональными катетами, удовлетворяющего условиям третьего вопроса задачи пропущен один из существенных случаев. | 1  |
|                              | Решение третьего вопроса не соответствует ни одному из перечисленных критериев  | 0  |
| Максимальный балл за задание |   | 11 |

**Научное направление 5: Статистика и теория вероятностей**

**Задание 17**  
**Начальный уровень сложности (1 балл)**

Дискретная случайная величина задана таблицей распределения вероятностей:

|       |     |     |     |      |
|-------|-----|-----|-----|------|
| $x_i$ | 1   | 3   | 7   | 8    |
| $p_i$ | 0,1 | 0,4 | $p$ | 0,15 |

Найдите значение  $p$ .

- a) 0,7
- b) 0,25
- c) 0,3
- d) 0,35**

**Ответ:** d

**Задание 18**  
**Начальный уровень сложности (1 балл)**

На книжной полке произвольно расставлены 4 учебника по теории вероятностей и 3 учебника по геометрии. Какова вероятность того, что все книги по одному и тому же предмету окажутся рядом?

- a)  $\frac{2}{35}$**
- b)  $\frac{1}{35}$
- c)  $\frac{4}{7}$
- d)  $\frac{3}{7}$

**Ответ:** a

**Задание 19**  
**Средний уровень сложности (4 балла)**

В торговом зале два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,25. Вероятность того, что кофе закончится в обоих

**ONE CLICK TO OPEN ALL DOORS**

od.globaluni.ru

автоматах, равна 0,15. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

**Ответ:** 0,65

**Задание 20**  
**Средний уровень сложности (4 балла)**

Прибор состоит из шести элементов, включенных в цепь параллельно и работающих независимо друг от друга. Вероятность безотказной работы каждого элемента за время  $t$  равна 0,6. Для безаварийной работы прибора достаточно, чтобы хотя бы один элемент был исправен. Какова вероятность того, что за время  $t$  прибор будет работать безотказно? Ответ округлите до тысячных.

**Ответ:** 0,996.

**Научное направление 6: Информатика и информационные системы**

**Задание 21**  
**Начальный уровень сложности (1 балл)**

Переведите 512 битов в подходящую размерность.

- a) 0,5 килобайта;
- b) 64 байта;**
- c) 256 байтов;
- d) 50 байтов.

**Ответ:** b

**Задание 22**  
**Начальный уровень сложности (1 балл)**

При каком наименьшем целом значении  $X$  истинно выражение

$$(-2 \leq X + 5 < 7) \wedge \neg(X \cdot X \geq 49) ?$$

- a) -7
- b) -6**
- c) 1
- d) 2

**Ответ:** b

**Задание 23**  
**Средний уровень сложности (4 балла)**

Среди чисел  $100_{10}$ ,  $90_{10}$ ,  $80_{10}$  найдите число, в двоичной записи которого наименьшее количество единиц. В ответе запишите количество единиц в двоичной записи этого числа.

**Ответ:** 2

**ONE CLICK TO OPEN ALL DOORS**

**Задание 24**  
**Средний уровень сложности (4 балла)**

Алгоритм вычисления значения функции  $F(n)$ , где  $n$  — натуральное число, задан следующими соотношениями:

$F(n) = n$ , при  $n < 11$ ;

$F(n) = n + F(n - 1)$ , если  $n \geq 11$ .

Чему равно значение выражения  $F(2024) - F(2021)$ ?

**Ответ:** 6069

**Научное направление 7: Компьютерные науки, искусственный интеллект**

**Задание 25**  
**Начальный уровень сложности (1 балл)**

Искусственный интеллект — это...

- a) кибер-механическое устройство, наполовину — человек, наполовину — машина. Под ним — боевое шасси из гиперсплава, управляемое микропроцессором, полностью бронированное, очень прочное. Но снаружи — живая человеческая ткань: плоть, кожа, волосы, кровь, выращенные для киборгов.
- b) искусственная нейронная сеть, способная к обучению и самообучению.
- c) комплекс программных или программно-аппаратных средств, имитирующих когнитивные способности человека.
- d) программа, способная к самосознанию и независимому мышлению.

**Ответ:** с

**Задание 26**  
**Начальный уровень сложности (1 балл)**

В одной из кодировок Unicode каждый символ кодируется 16 битами. Определите размер в байтах следующего предложения в данной кодировке:

**Слух обо мне пройдет по всей Руси великой.**

- a) 84
- b) 672
- c) 42
- d) 72

**Ответ:** а

**Задание 27**  
**Средний уровень сложности (4 балла)**

В языке запросов поискового сервера для обозначения логической операции «ИЛИ» используется символ «||», а для логической операции «И» — символ «&». В таблице

**ONE CLICK TO OPEN ALL DOORS**

od.globaluni.ru

приведены запросы и количество найденных по ним страниц некоторого сегмента сети Интернет.

| Запрос          | Найдено страниц (в тысячах) |
|-----------------|-----------------------------|
| Линкор   Корвет | 3320                        |
| Линкор & Корвет | 1300                        |
| Линкор          | 2100                        |

Какое количество страниц (в тысячах) будет найдено по запросу Корвет?

Считается, что все запросы выполнялись практически одновременно, так что набор страниц, которые содержат все искомые слова, не изменялся за время выполнения запросов.

**Ответ:** 2520

**Задание 28**  
**Высокий уровень сложности (11 баллов)**

В некотором дереве степень каждой вершины равна либо 1, либо 4. Количество вершин степени 4 равно 50. Каждая вершина степени 4 соединена либо с двумя, либо с тремя вершинами степени 1. Вершины степени 4, которые соединены с двумя вершинами степени 1, назовем сильными, а вершины степени 4, которые соединены с тремя вершинами степени 1, назовем слабыми.

1. Сколько всего вершин в таком дереве?
2. Найдите число слабых вершин дерева.
3. Пусть длина каждого ребра равна 1. Найдите длину кратчайшего пути между двумя слабыми вершинами.

**Будьте внимательны:** при оценке будет учитываться ход решения, написать только ответ недостаточно.

**Решение:**

1. Обозначим  $n$  – число вершин дерева,  $m$  – число рёбер. По теореме о рукопожатиях, сумма степеней всех вершин графа равна  $2m$ . В данном дереве 50 вершин степени 4, и  $n - 50$  вершин степени 1. Значит, сумма всех степеней равна  $4 \cdot 50 + 1 \cdot (n - 50) = n + 150$ . Таким образом,

$$n + 150 = 2m \quad (1)$$

Заметим, что в любом дереве  $m = n - 1$ . Подставив это в (1), получим уравнение  $n + 150 = 2n - 2$ . Решив уравнение, получим  $n = 152$ .

2. Удалим из дерева все вершины степени 1. Полученный граф  $T'$  также является деревом, количество вершин которого равно 50, а количество рёбер 49. Таким образом, у каждой сильной вершины было удалено по 2 соседа и степени всех таких вершин в  $T'$  равны 2. У слабых вершин удалено по 3 соседа и их степень стала равна 1.

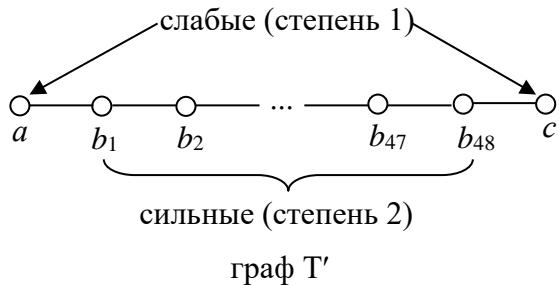
Обозначим число слабых вершин за  $x$ . Тогда число сильных равно  $50 - x$  и сумма всех степеней дерева  $T'$  равна  $2 \cdot (50 - x) + x = 100 - x$ , что, в свою очередь равно удвоенному числу вершин, то есть  $100 - x = 2 \cdot 49 = 98$  и, следовательно,  $x = 2$ .

3. Рассмотрим дерево  $T'$  из пункта 2. Две его вершины являются слабыми и имеют степень 1 (следовательно, между ними и нужно найти кратчайший путь), а остальные имеют степень 2. Рассмотрим одну из вершин степени 1, обозначим её  $a$ . Пусть она соединена ребром с вершиной  $b_1$ . Покажем, что вершина  $b_1$  имеет степень 2. Действительно, если  $b_1$  имеет степень 1, то ни одна из остальных вершин не смежна ни с  $a$ , ни с  $b_1$ , а, значит, граф не является связным и, следовательно, деревом. Таким образом,  $b_1$  имеет степень 2.

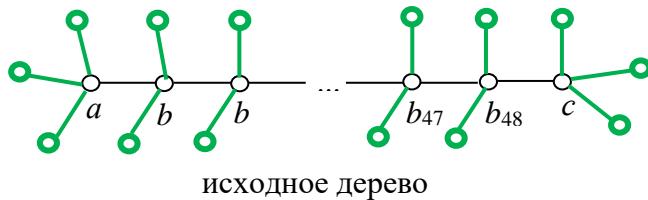
**ONE CLICK TO OPEN ALL DOORS**

od.globaluni.ru

Обозначим  $b_2$  соседа  $b_1$ , отличного от  $a$ . Рассуждая аналогично, заключаем, что вершина  $b_2$  тоже имеет степень 2. Далее заключаем, что  $b_2$  смежна с  $b_3$  степени 2,  $b_3$  смежна с  $b_4$  степени 2, ...,  $b_{47}$  смежна с  $b_{48}$  степени 2. Поскольку других вершин степени 2, кроме  $b_1, \dots, b_{48}$  нет, вторым соседом  $b_{48}$  может быть только вторая вершина степени 1 (обозначим её  $c$ ).



Итак, дерево  $T'$  представляет собой цепочку от  $a$  до  $c$ , проходящую последовательно через  $b_1, b_2, \dots, b_{48}$ . Единственный (а значит кратчайший) путь между  $a$  и  $c$  состоит из рёбер  $(a, b_1), (b_1, b_2), \dots, (b_{47}, b_{48}), (b_{48}, c)$  и, следовательно, имеет длину 49.



**Ответ:** 1) 152; 2) 2; 3) 49.

**Критерии оценивания:**

| Номер вопроса | Критерий   | балл |
|---------------|--|------|
| 1             | Обоснованно верно найдено количество вершин данного дерева   | 3    |
|               | Получен неверный ответ на первый вопрос задачи из-за вычислительной ошибки, но указано, что число рёбер дерева на 1 меньше числа вершин и упомянута теорема о рукопожатиях   | 2    |
|               | Только упомянута теорема о рукопожатиях без дальнейших продвижений или построен пример дерева с указанными характеристиками и в нём посчитано (верно) число вершин, при этом структура дерева найдена ошибочно или нет обоснования, что она единственна. | 1    |
|               | Решение первого вопроса не соответствует ни одному из перечисленных критериев  | 0    |
| 2             | Обоснованно верно найдено количество слабых вершин данного дерева  | 4    |
|               | Получен неверный ответ на второй вопрос задачи из-за вычислительной ошибки, но в решении присутствует идея рассмотреть дерево, полученное из исходного удалением вершин степени 1  | 2    |
|               | Построен верный пример дерева с указанными характеристиками и в нём верно посчитано число слабых   | 1    |

|                              |   |    |
|------------------------------|---|----|
|                              | вершин, при этом нет обоснования, что структура дерева единственна возможная  |    |
|                              | Решение второго вопроса не соответствует ни одному из перечисленных критериев   | 0  |
| 3                            | Обоснованно верно найдено расстояние между слабыми вершинами данного графа  | 4  |
|                              | Получен неверный ответ на третий вопрос задачи, но при этом верно обосновано, что дерево $T'$ является цепью с концами в слабых вершинах  | 2  |
|                              | Построен пример дерева с указанными характеристиками и в нём посчитано (верно) расстояние между слабыми вершинами, при этом нет обоснования, что структура дерева единственна возможная | 1  |
|                              | Решение третьего вопроса не соответствует ни одному из перечисленных критериев  | 0  |
| Максимальный балл за задание |   | 11 |

**Научное направление 8: Кибернетика**

**Задание 29**  
**Начальный уровень сложности (1 балл)**

Какая цифра должна стоять в равенстве  $19_{16} \cdot 100_2 + 1 * 1_8 = 197_{10}$  вместо звездочки?

- a) 2
- b) 4
- c) 0
- d) 6

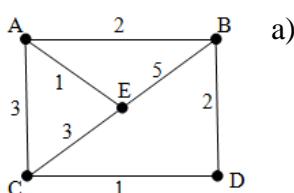
**Ответ:** b

**Задание 30**  
**Начальный уровень сложности (1 балл)**

В таблице приведена стоимость перевозок между пятью железнодорожными станциями, обозначенными буквами A, B, C, D, E.

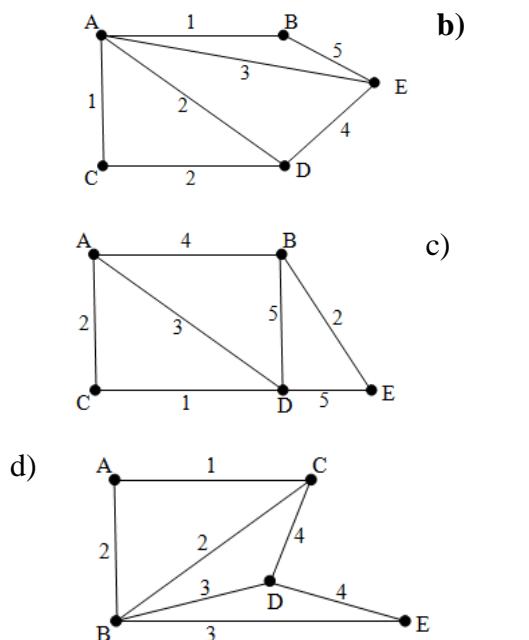
|   | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 1 |   | 1 | 2 | 3 |
| B | 1 | 5 |   |   | 5 |
| C | 1 |   | 2 |   |   |
| D | 2 |   | 2 | 4 |   |
| E | 3 | 5 | 4 |   |   |

Укажите схему, соответствующую таблице.



a)

**ONE CLICK TO OPEN ALL DOORS**



**Ответ:** Ответ b

**Задание 31**  
**Начальный уровень сложности (1 балл)**

Дан фрагмент программы, обрабатывающий массив A из 10 элементов:

**Basic**

```
j = 1
FOR i = 1 TO 10
  IF A(i) = A(j) THEN
    j = i
  ENDIF
NEXT i
s = j
```

**Алгоритмический язык**

```
j := 1
нц для i от 1 до 10
  если A[i] = A[j] то
    j := i
  все
кц
s := j
```

**Python**

```
j = 1
for i in range(1, 11):
  if A[i] == A[j]:
    j = i
s = j
```

**Pascal**

```
j := 1;
for i := 1 to 10 do
  if A[i] = A[j] then j := i;
s := j;
```

**C++**

```
j = 1;  
for (i = 1; i <= 10; i++)  
    if (A[i] == A[j])  
    {  
        j = i;  
    }  
s = j;
```

Чему будет равно значение переменной *s* после выполнения этого алгоритма?

- a) значение переменной *s* равно 1
- b) значение переменной *s* равно 10
- c) значение переменной *s* равно индексу элемента, равного первому, и имеющему наибольший индекс
- d) значение переменной *s* равно индексу элемента, равного последнему, и имеющему наименьший индекс

**Ответ:** c

**Задание 32**  
**Средний уровень сложности (4 балла)**

У исполнителя Гамма две команды, которым присвоены номера:

- 1. прибавь 3;**
- 2. умножь на *b***

(*b* — неизвестное натуральное число;  $b \geq 2$ ).

Выполняя первую из них, Гамма увеличивает число на экране на 3, а выполняя вторую, умножает это число на *b*. Программа для исполнителя Гамма — это последовательность номеров команд. Известно, что программа 11211 переводит число 1 в число 97. Определите значение *b*.

**Ответ:** 13.

**Научное направление 9: Программная инженерия**

**Задание 33**  
**Начальный уровень сложности (1 балл)**

Аркадий, Борис, Владимир, Григорий и Дмитрий при встрече обменялись рукопожатиями (каждый пожал руку каждому по одному разу). Сколько всего рукопожатий было сделано?

- a) 5
- b) 6
- c) 8
- d) 9
- e) 10

**Ответ:** e

**Задание 34**

**ONE CLICK TO OPEN ALL DOORS**

**Начальный уровень сложности (1 балл)**

Статья, набранная на компьютере, содержит 20 страниц, на каждой странице 40 строк, в каждой строке 48 символов. В одном из представлений Unicode каждый символ кодируется двумя байтами. Определите информационный объем статьи в килобайтах в этом варианте представления Unicode.

- a) 76800
- b) 76,8
- c) 37,5
- d) 75**

**Ответ:** d

**Задание 35**  
**Начальный уровень сложности (1 балл)**

Значение логического выражения:  $(A \wedge \neg A) \vee (A \vee \neg A)$  при ИСТИННОМ значении A равно

- a) ИСТИНА**
- b) ЛОЖЬ
- c) 0
- d) Недостаточно исходных данных

**Ответ:** a

**Задание 36**  
**Средний уровень сложности (4 балла)**

Исполнитель Редактор получает на вход строку цифр и преобразует её. Редактор может выполнять две команды, в обеих командах  $v$  и  $w$  обозначают цепочки цифр.

А) **заменить** ( $v, w$ ).

Эта команда заменяет в строке первое слева вхождение цепочки  $v$  на цепочку  $w$ .  
Например, выполнение команды **заменить** (111, 27) преобразует строку 05111150 в строку 0527150.

Если в строке нет вхождений цепочки  $v$ , то выполнение команды **заменить** ( $v, w$ ) не меняет эту строку.

Б) **нашлось** ( $v$ ).

Эта команда проверяет, встречается ли цепочка  $v$  в строке исполнителя Редактор. Если она встречается, то команда возвращает логическое значение «истина», в противном случае возвращает значение «ложь». Стока исполнителя при этом не изменяется.

Цикл  
ПОКА условие  
    последовательность команд  
КОНЕЦ ПОКА  
выполняется, пока условие истинно.

Какая строка получится в результате применения приведённой ниже программы к строке, состоящей из 98 единиц?

**ONE CLICK TO OPEN ALL DOORS**

od.globaluni.ru

НАЧАЛО

ПОКА нашлось (1111)

    заменить (1111, 22)

    заменить (222, 1)

КОНЕЦ ПОКА

КОНЕЦ

**Ответ:** 12.