

Демонстрационный вариант заданий заключительного этапа по профилю «ФИЗИКА»

В задачах 1-7 (если это не оговаривается особо) привести ответ в виде числа в десятичной записи в системе единиц СИ, округлённого по правилам округления до 3-х значащих цифр (например, если ответ 1,2345 сантиметра, то в поле «ответ» необходимо ввести число 0,0123, если ответ 0,23456 тонны, то в поле «ответ» необходимо ввести число 235).

1. Девушка вращает обруч на талии с постоянной угловой скоростью. Сколько оборотов в секунду должен совершать обруч, чтобы не упасть? Принять, что талия девушки представляет собой окружность обхватом 75 см, радиус обруча равен 45 см. Коэффициент трения равен 0.5. Считать, что $g = 10 \text{ м/с}^2$.

2. Резиновый шарик массой 4 г надувают гелием при температуре 10°C под водой на глубине 20 м. Известно, что толщина резиновой пленки при разрыве 10^{-3} см. Определите массу газа в шарике в момент разрыва. Считать, что шарик имеет сферическую форму, и давление газа в шарике в каждый момент равно внешнему давлению. Плотность материала шарика - 1.4 г/см^3 , плотность воды 1 г/см^3 . Молярная масса гелия 4 г/моль . Атмосферное давление $p_0 = 10^5 \text{ Па}$. $g = 10 \text{ м/с}^2$. Массу гелия в шарике в граммах вписать в поле ответа.

3. Лягушка массой 30 г сидит на маленьком деревянном плоту в форме прямоугольного параллелепипеда, длины сторон которого 10 см и толщина 5 см. Определите, на какую минимальную высоту должна прыгнуть лягушка вертикально вверх, чтобы плот погрузился в воду по верхнюю кромку. Силой сопротивления при погружении плота пренебречь. Плотность воды 1000 кг/м^3 , плотность дерева 740 кг/м^3 . Минимальную высоту подъема в метрах в секунду округлить до трех значащих цифр и ввести в поле ответа. $g = 10 \text{ м/с}^2$.

4. Банджи-джампинг – аттракцион, в котором участники прыгают с большой высоты вниз со страховкой. Человека привязывают к длинному растяжимому канату, после чего он прыгает вниз и находится несколько секунд в состоянии свободного падения. Предположим, что человек падает с высоты $H = 200 \text{ м}$ над землей, один конец каната привязан к человеку, другой - закреплен в точке старта. Минимальная высота, до которой он опускается $h' = 50 \text{ м}$ над поверхностью земли. После того как затухли колебания, человек повис на высоте $h = 90 \text{ м}$ от земли. Определите максимальную скорость человека во время падения. Массу каната не учитывать. Соппротивлением воздуха пренебречь. Считать, что $g = 10 \text{ м/с}^2$. Максимальную скорость человека в мерах в секунду округлить до трех значащих цифр и ввести в поле ответа.

5. Два металлических шара радиусами $r=4$ см и один шар радиусом $R=8$ см расположены на одной прямой на больших расстояниях друг от друга и соединены тонкой проволокой. В центре находится один из шаров меньшего радиуса. Два крайних шара окружены концентрическими проводящими оболочками, которые имеют радиусы $r_1=5$ см и $R_1=9$ см. Оболочки заземлены. Среднему шару сообщается заряд $Q=12$ нКл. Определите его заряд после установления равновесия. Ответ в нанокюлонах введите в поле ответа.

6. Изотоп урана ${}^{238}_{92}\text{U}$ через серию α - и β -распадов превращается в изотоп свинца ${}^{206}_{82}\text{Pb}$. Какую долю составляет число β -распадов от числа α -распадов? Отношение числа β -распадов к числу α -распадов ввести в поле ответа.

7. Молекула хлора, двигаясь со скоростью $v=300$ м/с, поглощает фотон с длиной волны $\lambda=380$ нм, что приводит к диссоциации молекулы на два атома. Один из атомов движется со скоростью $v_1=1000$ м/с перпендикулярно первоначальному направлению движения молекулы. Определите энергию связи атомов в молекуле хлора. Импульсом фотона пренебречь. Молярная масса молекулы хлора $\mu(\text{Cl}_2)=70$ г/моль. Энергию связи атомов в молекуле хлора в джоулях умножить на 10^{19} и полученное число ввести в поле ответа.

Задачи 8-10 проверяются экспертом

8. Оцените, до какой температуры нагреется вольфрамовая нить в вакууме током с силой $I=1$ А? Соответствующее данной температуре удельное сопротивление вольфрама равно $\rho=25,7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м, коэффициент теплового излучения в рассматриваемом интервале температур (отношение энергии теплового излучения вольфрама к энергии излучения абсолютно черного тела) - $a=0,1$. Радиус нити $r=0,1$ мм. Постоянная Стефана-Больцмана равна $\sigma=5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴).

9. Кирпичная стена дома имеет площадь $S=20$ м² и толщину $d=37$ см. Помещение отапливается электрическим обогревателем мощности $P=1$ кВт. Определите, на каком расстоянии от внутренней поверхности стены (внутри стены) располагается изотермическая поверхность с $t_0=0^\circ\text{C}$, если температура на улице $t=-26^\circ\text{C}$. Теплопроводность кирпича $\lambda=0,4$ Вт/(м·К). теплопередачей через пол, потолок и другие стены пренебречь. Считать, что температура воздуха во всей комнате одинакова.

10. С поверхности бесконечной пластины с начальной скоростью v_0 , направленной перпендикулярно пластине, вылетает электрон. В первом случае у поверхности пластины создали перпендикулярное пластине однородное электрическое поле с напряженностью E , тормозящее электроны. Во втором случае, кроме электрического поля, вблизи

поверхности пластины создали параллельное ее поверхности однородное магнитное поле с индукцией B . Найти максимальное расстояние, на которое электрон удаляется от пластины в первом и втором случае.

Ответы и решения

1. Ответ 1,24

На обруч действуют силы тяжести, реакции и трения в точке его соприкосновения с талией девушки:

$$mg = F_{mp}, \quad N = m\omega^2(R - r),$$

N – сила реакции опоры, F_{mp} – сила трения, R – радиус обруча, $r = 11,9$ см – радиус талии девушки, k – коэффициент трения. Отсюда находим угловую скорость обруча и количество оборотов, которые он совершает в секунду

$$mg = k m \omega^2 (R - r),$$
$$n = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{k(R - r)}} = 1,24 \text{ об/с}$$

2. Ответ. 0,310

Запишем уравнение состояния для газа в шарике под водой на глубине h :

$$(p_0 + \rho gh)V = \frac{m}{\mu} RT.$$

Объем шарика равен

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3.$$

С другой стороны, радиус шарика можно найти через его массу:

$$4\pi R^2 d \rho_1 = m_1 \quad \Rightarrow \quad R = \sqrt{\frac{m_1}{4\pi d \rho_1}}$$

Отсюда находим

$$m = \frac{(p_0 + \rho gh) \mu}{RT} \frac{4\pi}{3} \left(\frac{m_1}{4\pi d \rho_1} \right)^{3/2} = 0,310 \text{ г.}$$

3. Ответ. 0,206

Пока лягушка покоится на плоту, система находится в равновесии

$$m_n g + m_s g = \rho_s g (b - h) S$$

где b - толщина всего плота, h - высота плота над уровнем воды, $b-h$ – глубина погружения плота. Закон сохранения импульса для системы плот – лягушка дает:

$$m_{\text{Л}}V_{\text{Л}0} = m_{\text{П}}V_{\text{П}0}$$

Запишем теперь закон сохранения энергии для плота. Поскольку, выталкивающая сила изменяется в зависимости от степени погружения плота, для нахождения работы силы Архимеда необходимо интегрирование. Поэтому закон сохранения энергии для плота в процессе его погружения дает:

$$\frac{m_{\text{П}}V_{\text{П}0}^2}{2} = \int_0^h F_A dx$$

где $F_A = \rho g S x$ (ось x направлена перпендикулярно поверхности воды). Закон сохранения энергии для лягушки

$$\frac{m_{\text{Л}}V_{\text{Л}0}^2}{2} = mgH$$

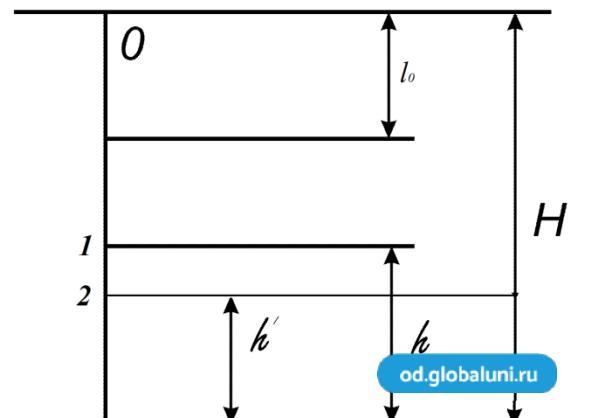
Здесь F_A – сила Архимеда, $m_{\text{Л}}$ – масса лягушки, $m_{\text{П}}$ – масса плота, $V_{\text{Л}0}$ – скорость лягушки в момент отрыва от плота, $V_{\text{П}0}$ – начальная скорость плота, H – высота на которую подпрыгнет лягушка. Из записанных выше выражений получаем:

$$h = b - \frac{m_{\text{Л}} + m_{\text{П}}}{\rho S}$$

$$V_{\text{Л}0}^2 = \frac{\rho g S m_{\text{П}}}{m_{\text{Л}}^2} \left(b - \frac{m_{\text{Л}} + m_{\text{П}}}{\rho S} \right)^2, \quad H = \frac{V_{\text{Л}0}^2}{2g} = 0,206 \text{ м}$$

4. Ответ 46,0

Максимальная скорость будет достигаться человеком в точке 1 на высоте h . В этой точке человек пролетает через положение равновесия: сила тяжести уравновешивается силой упругости. После колебаний человек



останавливается на этой же высоте. Пусть l_0 – длина нерастянутого каната.

Запишем закон сохранения энергии:

Для точек 0 и 1 (на высоте h):

$$mgH = mgh + \frac{1}{2}k(H - h - l_0)^2 + \frac{1}{2}mv^2; \quad (1)$$

(k - коэффициент жесткости каната).

Для точек 0 и 2 (на высоте h')

$$mgH = mgh' + \frac{1}{2}k(H - h' - l_0)^2. \quad (2)$$

Условие равновесия сил в точке 1:

$$mg = k(H - h - l_0) \quad (3)$$

В данной системе уравнений четыре неизвестных величины: k , l_0 , m , v . Выражая коэффициент жесткости из (3), и подставляя его в (2) получим уравнение, откуда можно найти длину каната в недеформированном состоянии

$$l_0^2 = 2(H - h')(H - h) - (H - h')^2 = 102 \text{ м}$$

Подставляя теперь коэффициент жесткости в уравнение (1), находим максимальную скорость человека.

$$v = \sqrt{g(H - h + l_0)} = 46,0 \text{ м/с}$$

5. Ответ. 0,5

Пусть заряды шаров после установления равновесия равны x (крайнего малого шара), y - крайнего большого шара, z - центрального. Перераспределение зарядов прекратится при условии равенства потенциалов всех частей системы. Если пренебречь взаимным влиянием шаров, то можно считать, что на оболочках, находящихся вокруг крайних шаров, будет индуцирован заряд, равный по модулю и обратный по знаку заряду каждого крайнего шара.

По закону сохранения заряда имеем

$$x + y + z = q$$

Потенциал малого крайнего шара равен

$$\varphi = \frac{kx}{r} - \frac{kx}{r_1} = \frac{kxd}{rr_1},$$

Где $d = r_1 - r$. Приравнивая этот потенциал к потенциалу центрального шара kz/r , получим

$$x = \frac{zr_1}{d}$$

Потенциал большого крайнего шара равен

$$\varphi = \frac{ky}{R} - \frac{ky}{R_1} = \frac{k y d}{R R_1}.$$

Где $d = R_1 - R$. Приравнивая его к потенциалу центрального шара, получим

$$y = \frac{z R R_1}{d r}$$

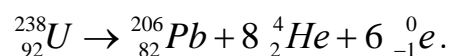
Поэтому из закона сохранения заряда находим заряд центрального шара

$$z = \frac{q r d}{r d + r r_1 + R R_1} = 0,5 \text{ нКл (точный ответ).}$$

6. Ответ: 0,75

При α -распаде массовое число уменьшается на 4, при β -распаде - не изменяется. Следовательно, изменение массового числа от 238 у ядра урана до 206 у ядра свинца связано с только с α -распадами. Отсюда находим число α -распадов: $N_\alpha = (238 - 206) / 4 = 8$.

За 8 α -распадов атомный зарядовое число ядра уменьшится на 16. В то же время общее изменение зарядового числа равно: $92 - 82 = 10$. А поскольку при каждом β -распаде заряд ядра увеличивается на единицу, количество β -распадов равно 6. Поэтому общее уравнение реакции можно записать в виде:



7. Ответ: 4,60

После диссоциации один из атомов хлора движется со скоростью v_1 перпендикулярно направлению начальной скорости молекулы, другой - под некоторым углом со скоростью $\vec{v}_2 = \vec{v}_\square + \vec{v}_\perp$, \vec{v}_\square и \vec{v}_\perp - составляющие скорости второго атома, параллельная и перпендикулярная \vec{v} . По закону сохранения импульса

$$mv = \frac{m}{2}v_\square, \quad \frac{m}{2}v_1 = \frac{m}{2}v_\perp;$$

Отсюда находим

$$v_\square = 2v, \quad v_\perp = v_1, \quad (*)$$

где m - масса молекулы хлора. По закону сохранения энергии имеем

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{hc}{\lambda} - E_b = \frac{(m/2)v_1^2}{2} + \frac{(m/2)}{2}(v_\square^2 + v_\perp^2).$$

где E_b - энергия связи атомов в молекуле хлора. Используя соотношения (*), находим

$$E_b = \frac{hc}{\lambda} + \frac{mv^2}{2} - \frac{(m/2)v_1^2}{2} - \frac{(m/2)}{2}(4v^2 + v_1^2) = \frac{hc}{\lambda} - \frac{m(v^2 + v_1^2)}{2},$$

Находя массу молекулы как $m = \mu / N_A = 11,6 \cdot 10^{-23}$ г (N_A - число Авогадро), получим

$$E_b = 4,60 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

8. Согласно закону сохранения энергии мощность, потребляемая от источника, равна потоку энергии теплового излучения, испускаемого нитью. По закону Джоуля-Ленца

$$P = I^2 R = I^2 \rho l / \pi r^2,$$

где l - длина нити, r - радиус нити, R - сопротивление проводника. Поток энергии теплового излучения, испускаемого нитью, равен

$$\Phi_e = M_e \cdot 2\pi r \cdot l.$$

Здесь M_e - энергетическая светимость вольфрама, которую можно представить $M_e = a \cdot M_e^0$, $a(T)$ - коэффициент теплового излучения, M_e^0 - энергетическая светимость абсолютно твердого тела. По закону Стефана-Больцмана $M_e^0 = \sigma T^4$. Следовательно, поток энергии теплового излучения, испускаемого нитью, равен

$$\Phi_e = a \cdot \sigma T^4 \cdot 2\pi r \cdot l.$$

Тогда

$$I^2 \rho l / \pi r^2 = a \cdot \sigma T^4 \cdot 2\pi r \cdot l,$$
$$T = \sqrt[4]{\frac{I^2 \rho}{2a \sigma \cdot \pi^2 r^3}}.$$

Подставляя данные в условия значения, получаем $T \approx 1200\text{K}$.

9. Количество теплоты, прошедшее через стену в единицу времени, равно количеству теплоты, выделенного нагревателем за единицу времени. Поэтому, используя закон Фурье, получаем

$$\frac{\lambda \Delta T S}{d} = P,$$

где ΔT - разница температур в помещении и на улице, P - мощность обогревателя, d - толщина стены. Отсюда находим разность температур на улице и в комнате $\Delta T = 46,3^\circ\text{C}$, а затем и температуру внутри помещения $T_{in} = 20,3^\circ\text{C}$. Тот же поток тепла должен проходить и через изотермическую поверхность с $t_0 = 0^\circ\text{C}$ внутри стены. Применяя к этой поверхности закон Фурье, получаем

$$\frac{\lambda \Delta T}{d} = \frac{\lambda T_{in}}{x} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{T_{in}}{\Delta T} d = 0,16 \text{ м.}$$

где x - координата изотермической поверхности внутри стены (отсчитанная от внутренней поверхности стены).

10. Действие электрического и магнитного полей на движущийся электрон заключается в том, что электрическое поле будет его «тормозить», а магнитное – «поворачивать».

Рассмотрим первый случай (только электрическое поле). К моменту остановки вся кинетическая энергия, которой обладал электрон, расходуется на работу по преодолению поля. Поэтому по закону сохранения энергии имеем

$$\frac{mv_0^2}{2} = eEl_1, l_1 = \frac{mv_0^2}{2eE},$$

e – заряд электрона, l_1 – максимальное расстояние, на которое электрон улетит от пластины в тормозящем электрическом поле.

Рассмотрим теперь случай двух полей – электрического и магнитного. Поскольку в магнитном поле электрон поворачивает, то в тот момент, когда он находится на максимальном расстоянии от пластины, он будет иметь составляющую скорости, параллельную пластине. По закону сохранения энергии имеем для этого момента

$$\frac{mv_0^2}{2} - \frac{mv^2}{2} = eEl_2, \quad (*)$$

l_2 – максимальное расстояние, на которое улетит электрон в электрическом и магнитном полях. Напишем теперь уравнения динамики для электрона. Направим ось Ox перпендикулярно пластине, Oy – вдоль пластины. Тогда второй закон Ньютона в проекции на ось Oy можно записать в виде:

$$m \frac{dv_y}{dt} = eB \frac{dx}{dt}$$

Интегрируя это уравнение по времени, получим

$$m \int_0^v dv_y = eB \int_0^{l_2} dx \quad \Rightarrow \quad v = \frac{eBl_2}{m}$$

Поскольку в точке максимального удаления от пластины модуль скорости электрона равен ее проекции на ось Oy , то закон сохранения энергии дает

$$\frac{mv_0^2}{2} - \frac{m(eBl_2/m)^2}{2} = eEl_2$$

Решая квадратное уравнение относительно l_2 , получим

$$l_2 = \sqrt{\left(\frac{mE}{eB^2}\right)^2 + \left(\frac{mv_0}{eB}\right)^2} - \frac{mE}{eB^2}$$