

Демонстрационный вариант заданий второго этапа по Профилю «Инженерия и технологии»

Задание 1 (2 балла)

Колесо вращается вокруг некоторой оси по закону:

$$\varphi(t) = 2t^2(\text{рад}).$$

Найти для момента времени $t = 0,5$ (с) его угловую скорость.

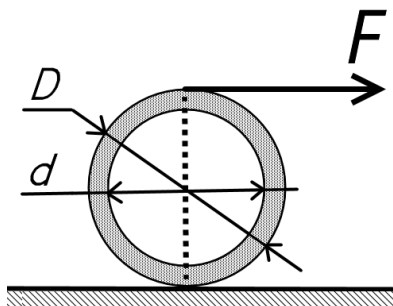
Решение

$$\omega = \frac{d\varphi(t)}{dt} = 4t = 2 \text{ рад/с}$$

Ответ: 2 рад/с

Задание 2 (4 балла)

К верхней части трубы, расположенной на горизонтальной плоскости, приложили силу $F = 10$ Н. Труба имеет внутренний диаметр $d = 0,1$ м, внешний $D = 0,2$ м и массу $m = 40$ кг. Определить угловое ускорение трубы, относительно её оси симметрии. Проскальзывание между трубой и поверхностью отсутствует.



Решение

Согласно теореме от изменении кинетического момента:

$$\frac{dL}{dt} = M_E$$

где M_E – момент внешних сил.

Распишем моменты сил относительно точки касания между трубой и поверхностью:

$$M_E = FD = I_0 \varepsilon$$

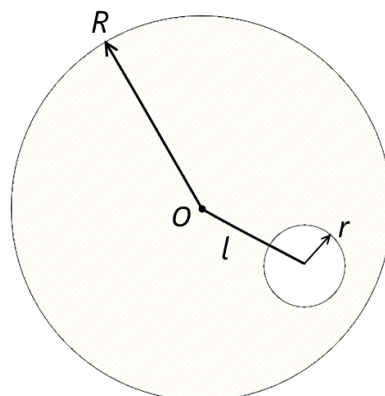
где момент инерции трубы определяется выражением: $I_0 = \frac{1}{8} m(D^2 + d^2)$

В итоге, для угловой скорости, имеем:

$$\varepsilon = \frac{8FD}{m(D^2 + d^2)} = 8 \text{ рад/с}^2$$

Задание 3 (11 баллов)

Однородный диск, радиусом $R = 0,6$ м и массой $M = 800$ кг, имеет полость в виде круга радиусом $r = 0,2$ м, расположенную на расстоянии $l = R/2$ от оси вращения. Определите момент инерции диска относительно оси O . Ответ в ($\text{кг} \cdot \text{м}^2$) введите в поле ответа, округлив до целого значения.



Решение:

Мысленно заполним полость тем же материалом, что и сам диск. Массу этого материала обозначим через m . Масса условно заполненной полости будет относиться к массе диска без полости так же как площади окружностей радиусами R и r . Отсюда:

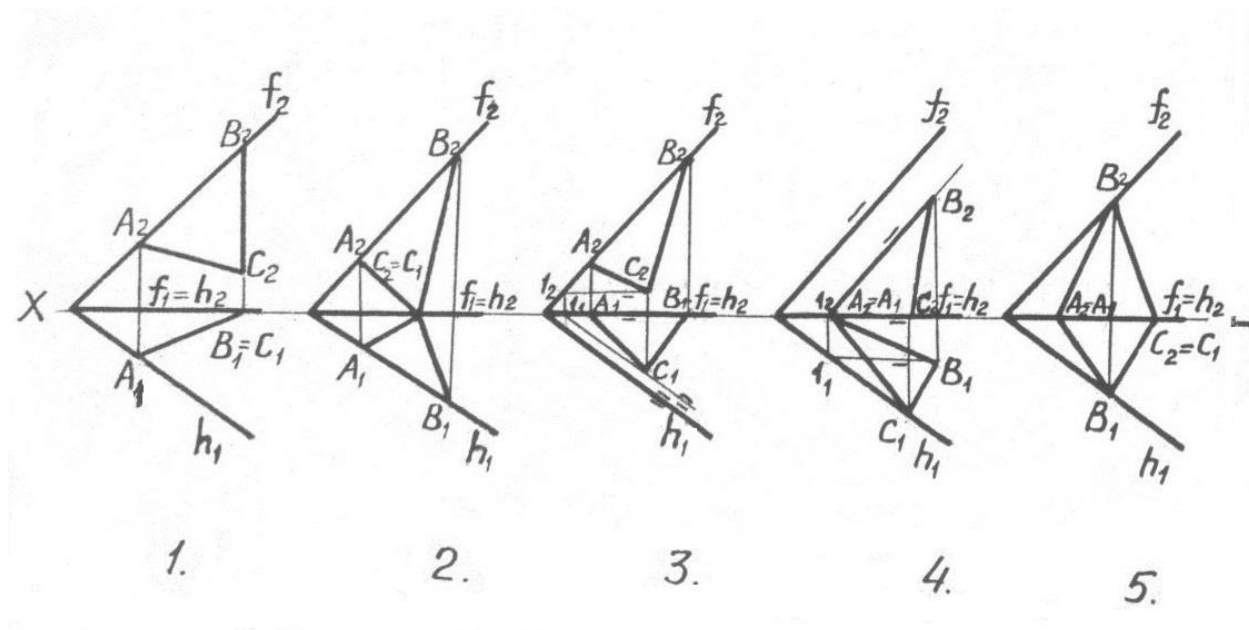
$$\frac{m}{m + M} = \frac{\pi r^2}{\pi R^2} \Rightarrow m = \frac{Mr^2}{R^2 - r^2}$$

Тогда момент инерции диска с полостью равен моменту инерции диска радиусом R и массой $M+m$ без вклада массы полости:

$$I = \frac{MR^2}{2} - \left(m \left(\frac{R}{2} \right)^2 + \frac{mr^2}{2} \right) = \frac{MR^2}{2} - \frac{Mr^2}{R^2 - r^2} \left(\frac{R^2 + 2r^2}{4} \right) = 133 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Задание 4 (2 балла)

В каком случае ΔABC перпендикулярен горизонтальной плоскости проекций?

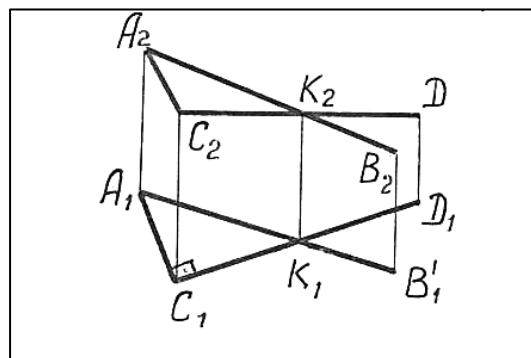


Ответ: 1.

Задание 5 (3 балла)

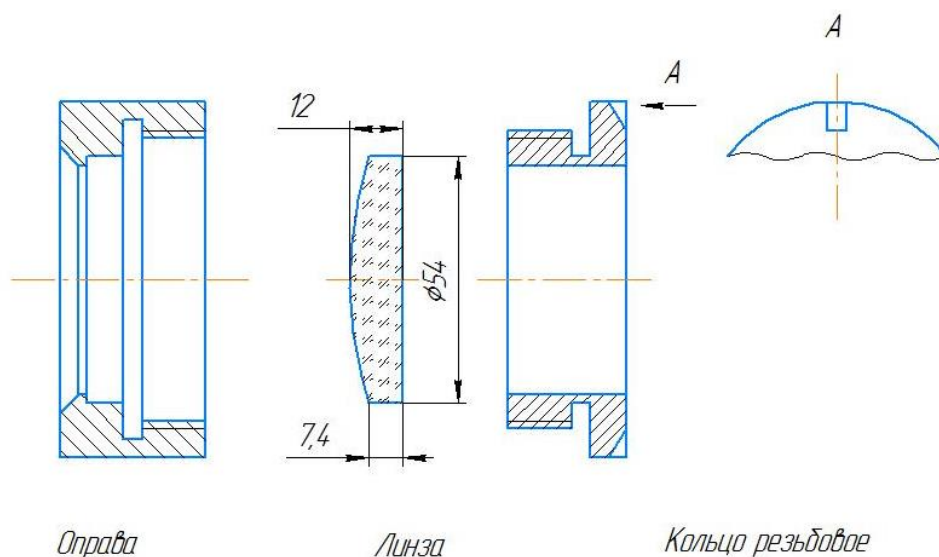
Как называется прямая AC , проведенная в плоскости, заданной пересекающимися прямыми $\Sigma (AB, CD)$?

1. Горизонталь
2. Фронталь
3. Профильная прямая
4. Линия наибольшего наклона

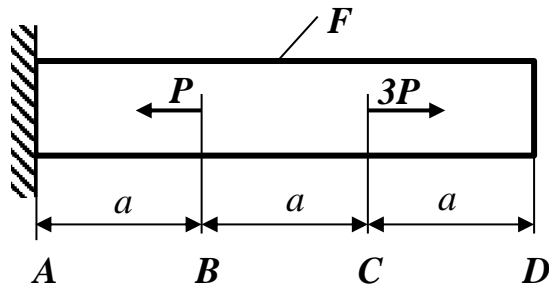


Задание 6 (10 баллов)*Изображение резьбовых соединений*

Изобразить крепление линзы резьбовым кольцом в оправе. Выполнить сборочный чертеж, на месте главного вида изобразив фронтальный разрез. Чертеж выполнить на основе 3D-модели сборочного соединения.

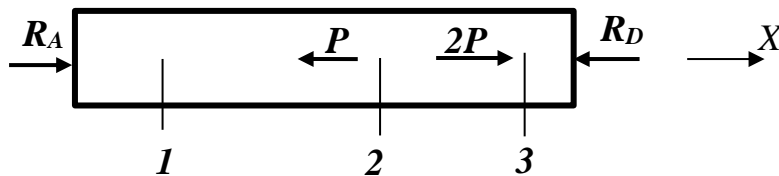
Решение**Задание 7 (2 балла)**

Брус постоянного поперечного сечения площадью $F=20 \text{ см}^2$, левый край которого жестко закреплен в сечении A , нагружен сосредоточенными силами P , $3P$ в сечениях B и C соответственно ($P = 10 \text{ кН}$). Определить максимальное по модулю значение нормальных напряжений σ_x^{\max} на участках.



Решение

1. В заделках **A** и **D** возникнут реакции R_A и R_D соответственно. Обозначим их на силовой схеме.



Из уравнения статики имеем:

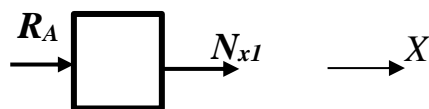
$$\Sigma X=0 \Rightarrow R_A - P + 2P - R_D = 0, \text{ т.е. } R_A = R_D - P.$$

2. Задача 1 раз статически неопределимая. Отбросим заделку **D**, а реакцию R_D будем считать внешней силой. Запишем дополнительное уравнение $U_X(D) = 0$.

$$-\frac{P \cdot 2a}{F \cdot E} + \frac{2P \cdot 3a}{F \cdot E} - \frac{R_D \cdot 4a}{F \cdot E} = 0 \Rightarrow R_D = P, R_A = 0.$$

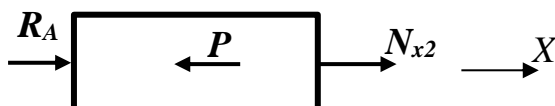
3. Определение величин продольных сил N_x на участках с помощью метода сечений.

Сечение 1:



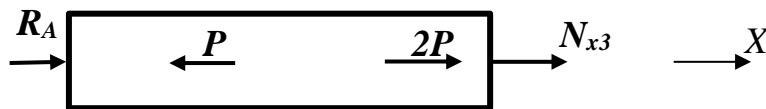
$$\Sigma X=0 \Rightarrow R_A + N_{x1} = 0, N_{x1} = -R_A = 0.$$

Сечение 2:



$$\Sigma X=0 \Rightarrow R_A - P + N_{x2} = 0, N_{x2} = P = 10 \text{ кН.}$$

Сечение 3:



$$\Sigma X=0 \Rightarrow R_A - P + 2P + N_{x3} = 0, N_{x3} = -P = -10 \text{ кН.}$$

4. Максимальное значение (по модулю) продольной силы N_x на силовых участках равно 10 кН . Так как сечение бруса постоянно, то максимальная величина по модулю значения нормальных напряжений равна

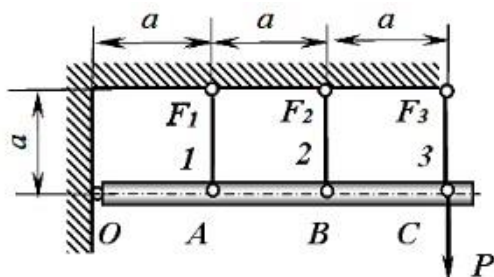
$$\sigma^{max} = \frac{|N_x|}{F} = 10 \text{ кН} / 20 \text{ см}^2 = 15 \text{ МПа}$$

Ответ: 15 МПа.

Задание 8 (4 балла)

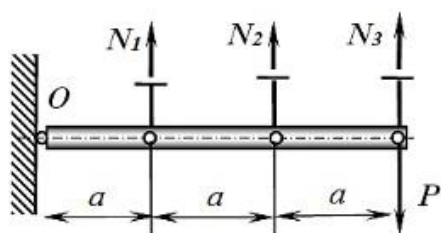
Балка OC подвешена на стержнях $1, 2, 3$, изготовленных из материала с модулем Юнга E , имеющих площади поперечных сечений F_1, F_2, F_3 соответственно и длину a . Расстояние от шарнира и между стержнями равно a . Балку OC считаем абсолютно твердым телом по сравнению со стержнями. Балка левым концом в точке O прикреплена шарнирно-неподвижной опорой к жесткой стенке, а в точке C загружена силой P . Весом балки по сравнению с силой P пренебрегаем. $P = 14 \text{ кН}, F_1 = F_2 = F_3 = F$.

Необходимо определить величину продольной силы N_1 в стержне 1 . Ответ в (кН) введите в поле ответа, округлив до целого значения.



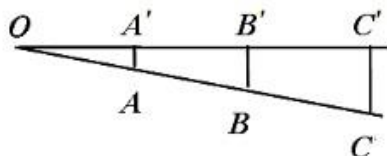
Решение

Учитывая, что балка под действием нагрузок находится в равновесии, вырезаем ее по стержням вблизи балки и записываем уравнение равновесия, принимая, что все стержни испытывают растяжение.



$$\Sigma M_o = 0 \Rightarrow N_1 \cdot a + N_2 \cdot 2a + N_3 \cdot 3a = P \cdot 3a \quad (1)$$

Построим деформированную систему. Под действием силы P балка OC повернется вокруг шарнира O . Величина поворота балки определяется деформациями стержней $1, 2$ и 3 . Ввиду малости деформаций можно считать, что любая точка балки перемещается по вертикали вниз.



Положение балки без нагрузки изображено на рисунке OC' , а под нагрузкой P – OC . Соответственно AA' будет удлинение стержня 1 , BB' будет удлинение 2 стержня и CC' удлинение стержня 3 . Можно записать геометрическое подобие удлинений стержней.

$$\Delta l_2 = 2\Delta l_1 \quad \text{и} \quad \Delta l_3 = 3\Delta l_1 \quad (2)$$

Выразим удлинения стержней через усилия, длины, жесткости и получим

$$\Delta l_1 = N_1 \cdot a / EF$$

$$\Delta l_2 = N_2 \cdot a / EF \quad (3)$$

$$\Delta l_3 = N_3 \cdot a / EF$$

Подставив выражения для удлинений (3) в (2) получим

$$N_2 = 2N_1 \quad \text{и} \quad N_3 = 3N_1 \quad (4)$$

Далее выражения (4) подставим в (1) и получим

$$N_1 = \frac{3}{14} \cdot P \quad N_2 = \frac{6}{14} \cdot P \quad N_3 = \frac{9}{14} \cdot P \quad (5)$$

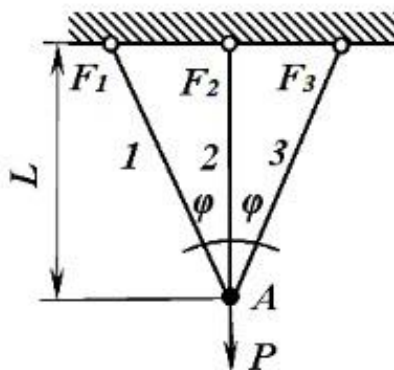
Подставив величину нагрузки $P = 14$ кН, получим величину усилия в стержне 1 – $N_1 = 3$ кН.

Ответ: 3

Задание 9 (11 баллов)

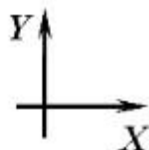
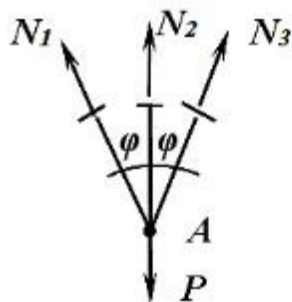
Дана симметричная система из трех стержней 1, 2 и 3, изготовленных из материала с модулем Юнга E , имеющих площади поперечных сечений F_1 , F_2 , F_3 соответственно. Длина вертикального стержня 2 равна L . Углы между стержнями одинаковы и равны φ . Верхние концы стержней шарнирно-неподвижно закреплены к жесткой стенке, а нижние концы шарнирно закреплены в точке A , к которой приложена вертикальная сила P . $P = 10$ кН, $F_1 = F_2 = F_3 = F$, $\cos \varphi = 0.7$.

Необходимо определить величину усилия N_1 в стержне 1.



Решение

Учитывая, что система стержней под действием нагрузки P находится в равновесии, вырезаем стержни вблизи узла A и записываем уравнения равновесия, принимая, что все стержни испытывают растяжение.



$$\Sigma X = 0 \Rightarrow -N_1 \cdot \sin\varphi + N_3 \cdot \sin\varphi = 0,$$

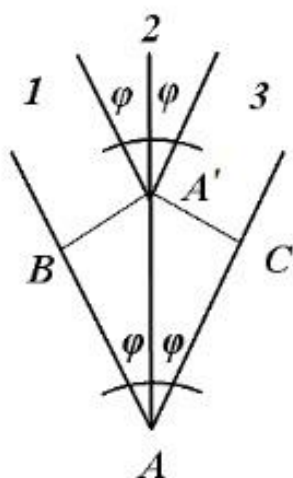
получаем, что $N_1 = N_3$ так как система симметричная.

$$\Sigma Y = 0 \Rightarrow -P + N_1 \cdot \cos\varphi + N_2 + N_3 \cdot \cos\varphi = 0,$$

или учитывая, что $N_1 = N_3$, получим $-P + 2N_1 \cdot \cos\varphi + N_2 = 0$ (1)

Построим деформированную систему. Под действием силы P узел из положения A' переместится в A . Величина перемещения узла определяется деформациями стержней 1, 2 и 3. Ввиду малости деформаций можно считать, что угол φ между стержнями не меняется.

Поэтому $A'A$ будет удлинение 2 стержня, AB будет удлинение 1 стержня и AC будет удлинение 3 стержня. Можно записать следующее математическое соотношение для сторон прямоугольного треугольника $A'AB$



$$\Delta l_1 = \Delta l_2 \cdot \cos\varphi \quad (2)$$

Выразим удлинения стержней 1 и 2 через усилия, длины, жесткости и получим

$$\Delta l_1 = N_1 \cdot l / EF \cos\varphi \quad \text{и} \quad \Delta l_2 = N_2 \cdot l / EF \quad (3)$$

Подставив выражения для удлинений (3) в (2) получим

$$N_2 = N_1 / \cos^2\varphi \quad (4)$$

Далее выражение (4) подставим в (1) и получим

$$N_1 = P \cdot \cos^2\varphi / (1 + 2 \cos^3\varphi) \quad \text{и} \quad N_2 = P / (1 + 2 \cos^3\varphi) \quad (5)$$

Подставив величину нагрузки $P = 10$ кН, $\cos \varphi = 0.7$, получим величину усилия в стержне I

$$N_I = 10 \cdot 0,49 / 1,686 = 2,90 \text{ кН}$$

Ответ: 2,90

Задание 10 (2 балла)

Механические свойства материалов (определение твёрдости материала)

Найдите число твёрдости по Виккерсу если приложенная нагрузка равная 2,5 кгс оставляет отпечаток со средним значением диагонали 0,389 мм.

Решение:

Метод определения твёрдости по Виккерсу основан на исследовании зависимости глубины проникновения алмазной четырехгранной пирамиды с углами между гранями 136° (индентора) в исследуемый материал от величины приложенного к ней усилия. Твёрдость поверхности испытуемого материала можно определить по следующей формуле:

$$HV = 1,8544 P/d^2, \text{ кгс/мм}^2 \text{ или единиц твёрдости,}$$

где P – нагрузка на индентор, кгс,

d – среднее значение диагоналей отпечатка, мм.

Подставляем приведённые в задании значения приложенной к индентору нагрузки и измеренного среднего значения диагоналей отпечатка в формулу (1):

$$HV = 1,8544 \cdot 2,5 \text{ кгс} / (0,389 \text{ мм})^2 = 30,64 \text{ кгс/мм}^2 \text{ или } 30,64 HV$$

Задание 11 (4 балла)

Термическая обработка материалов

Определите содержание углерода в стали если требуется получить материал с твёрдостью мартенсита равной $HRC_M = 33$. Какой процент площади займёт феррит при микроструктурном исследовании исходного материала?

Решение:

Известно, что при закалке твёрдость стали может быть повышена за счёт образования мартенситной структуры. Твёрдость мартенсита зависит от многих параметров, но, в первую очередь, от содержания углерода в стали. Твёрдость мартенсита в зависимости от содержания углерода для сталей с содержанием углерода в пределах от 0,1 до 1,2% может быть оценена по следующей эмпирической формуле:

$$HRC_M = 16,49 + 144,575341 \cdot C - 144,098182 \cdot C^2 + 47,795428 \cdot C^3, \quad (1)$$

где C – содержание углерода в %.

Также может быть решена обратная задача определения содержания углерода в сплаве в зависимости от твёрдости полученного мартенсита после закалки по следующей эмпирической формуле, которая применима для определения содержания углерода в сталях при твёрдости мартенсита в пределах 30-65HRCM:

$$C = 13,9 - 1,35855156 \cdot HRC_M + 0,0487592 \cdot HRC_M^2 - 0,0007566 \cdot HRC_M^3 + 0,00000432 \cdot HRC_M^4, \quad (2)$$

где HRCM – требуемая твёрдость мартенсита.

Для определения содержания углерода в стали при заданной твёрдости мартенсита воспользуемся формулой (2):

$$C = 13,9 - 1,35855156 \cdot 33 + 0,0487592 \cdot 33^2 - 0,0007566 \cdot 33^3 + 0,00000432 \cdot 33^4 = 0,1\%$$

Таким образом, сталь содержит 0,1% углерода, то есть является доэвтектоидной (микроструктура состоит из феррита и перлита). Для того, чтобы найти площадь, занимаемую перлитом, применим формулу:

$$П = C \cdot 100 / 0,8 = 0,1 \cdot 100 / 0,8 = 12,5\%.$$

Следовательно, доля феррита $\Phi = 100 - П = 87,5\%$.

Задание 12 (11 баллов)

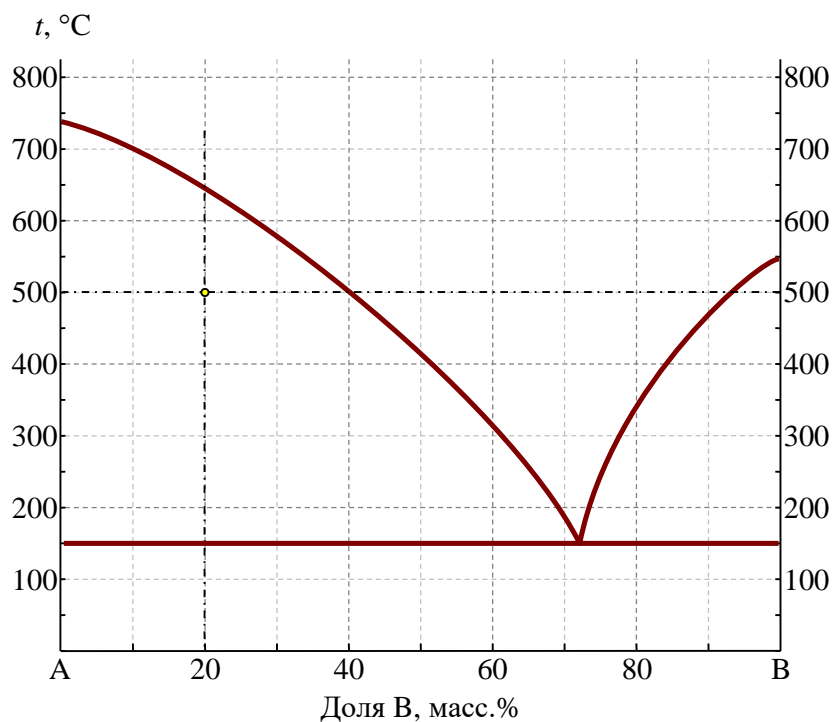
Чтение диаграммы состояния двухкомпонентной системы

ONE CLICK TO OPEN ALL DOORS

od.globaluni.ru

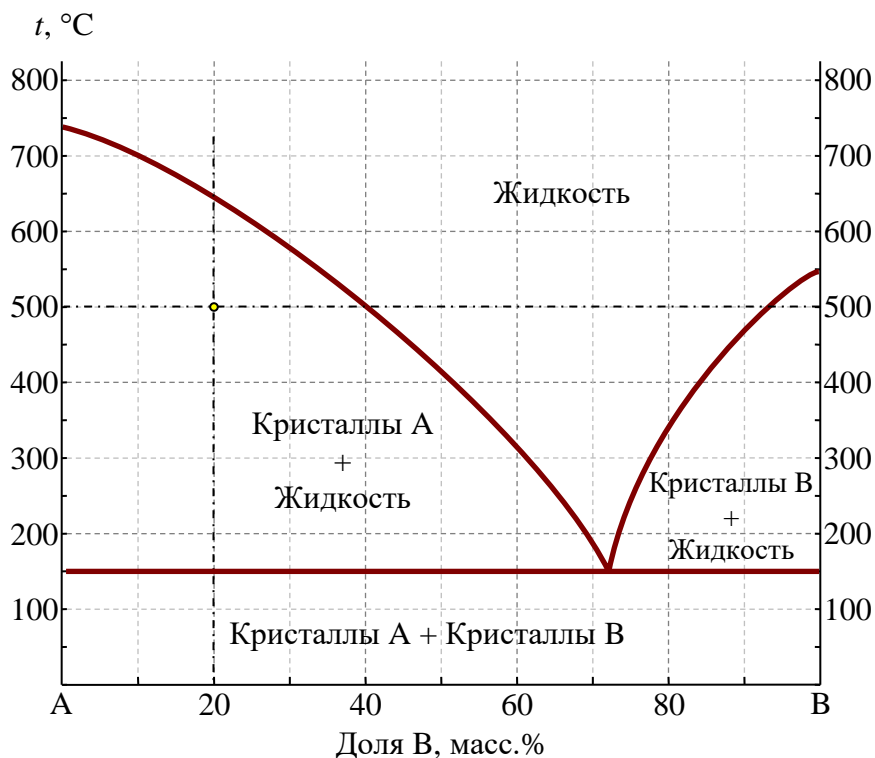
Задание.

1. Обозначить поля на диаграмме состояния.
2. Выделить на диаграмме состояния линии ликвидуса и солидуса, отметить характеристические точки.
3. Для выбранной композиции воспроизвести кривую охлаждения.
4. Для выбранной фигуративной точки указать состав и массовое соотношение сосуществующих фаз.

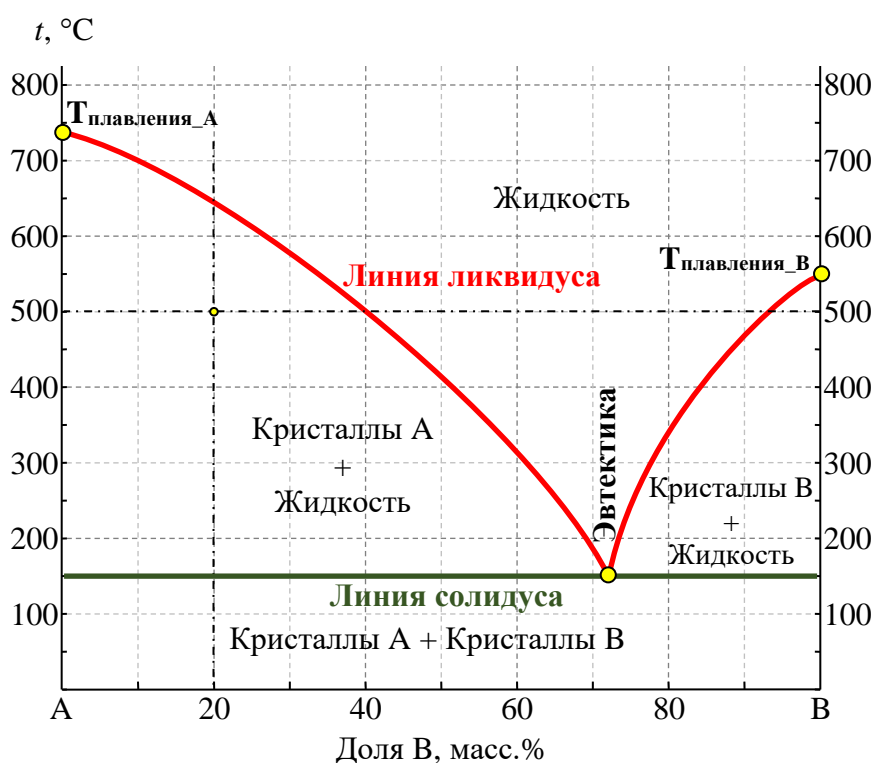


Решение. Представленная на рисунке диаграмма состояния представляет собой диаграмму состояния простого эвтектического типа с отсутствием растворимости компонентов друг в друге в твёрдом состоянии. В этой системе также отсутствуют соединения на основе компонентов А и В.

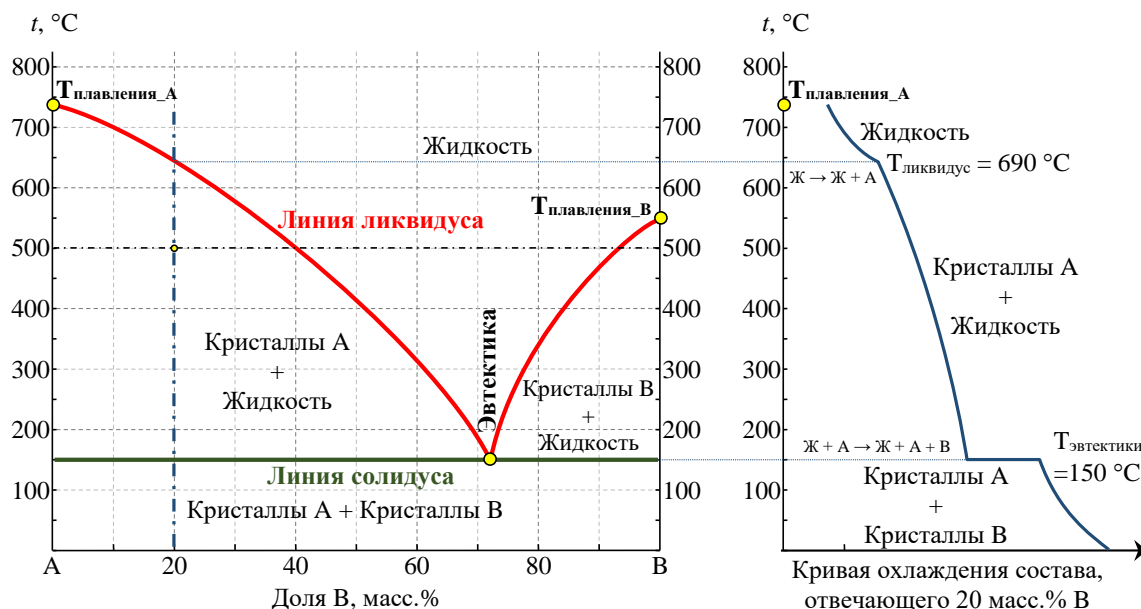
Обозначим поля на диаграмме состояния:



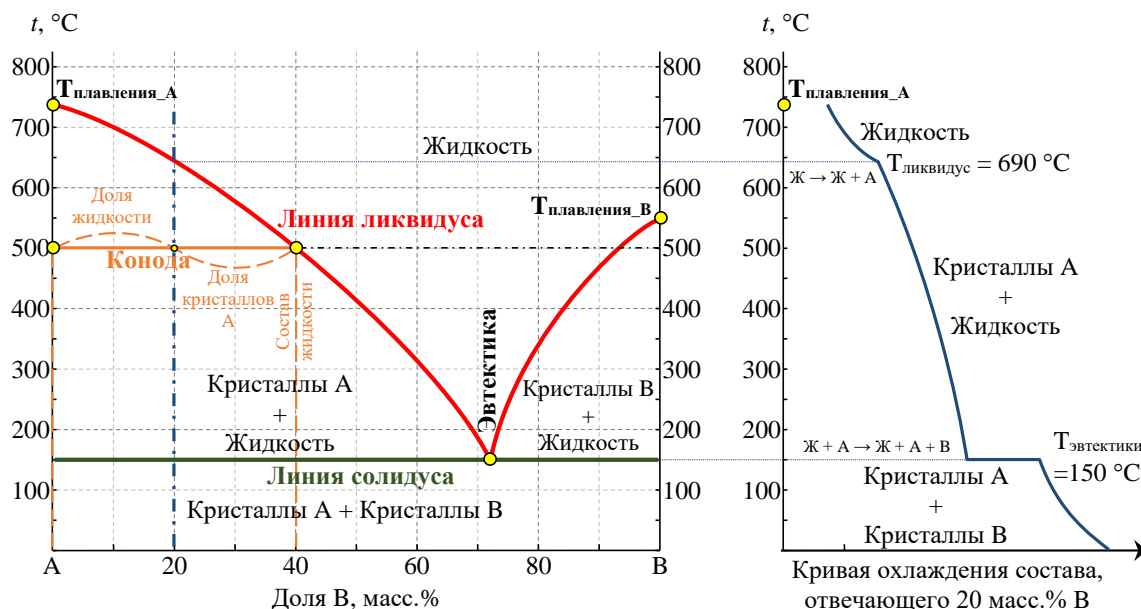
Выделим линии ликвидуса и солидуса, отметим характеристические точки:



Построим кривую охлаждения для отмеченной композиции:



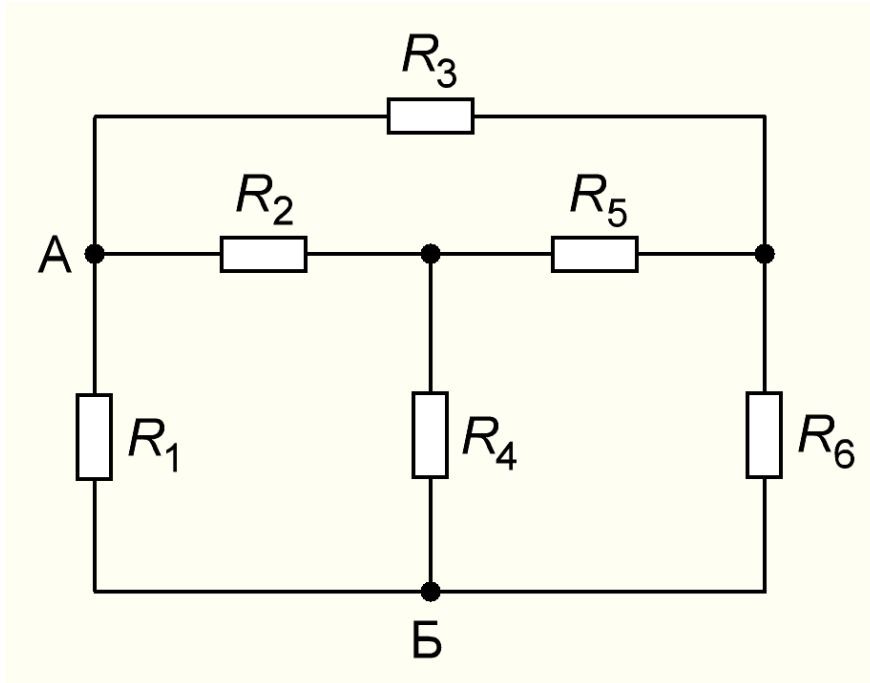
Для отмеченной фигуративной точки укажем состав и массовое соотношение сосуществующих фаз. Фигуративная точка лежит в двухфазном поле, в котором в равновесии находятся кристаллы компонента А с жидкой фазой. Точке отвечает состав 80 масс.% компонента А и 20 масс.% компонента В. Система в фигуративной точке находится при температуре 500°C . Для определения состава и соотношения сосуществующих фаз проведем коноду к отмеченной на диаграмме состояния фигуративной точке:



На основании построенной коноды можно заключить, что жидкость в фигуративной точке отвечает составу 60 масс.% компонента А и 40 масс.% компонента В. Соотношение жидкости и кристаллов А, определенное по правилу рычага, составляет 1 : 1 по массе.

Задание 13 (2 балла)

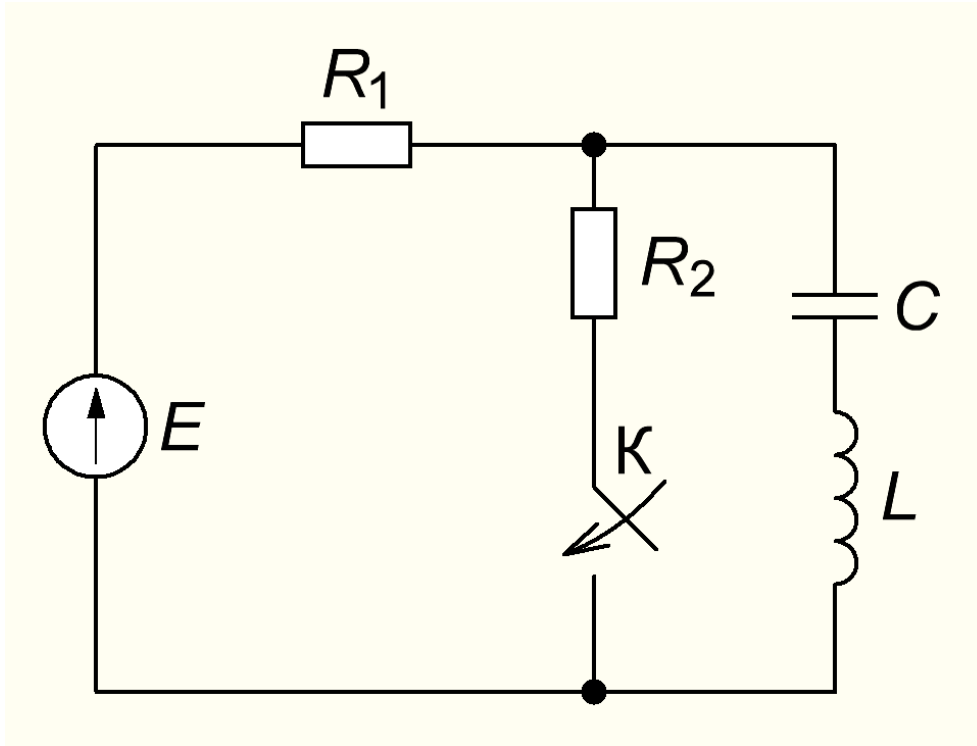
Дана схема цепи. Определите эквивалентное сопротивление относительно узлов (точек) «А» и «Б», если $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = R_3 = R_5 = 6 \text{ Ом}$, $R_4 = R_6 = 2 \text{ Ом}$:



- А) 1 Ом
- Б) 0.8 Ом**
- В) 1.25 Ом
- Г) 0
- Д) 23 Ом

Задание 14 (4 балла)

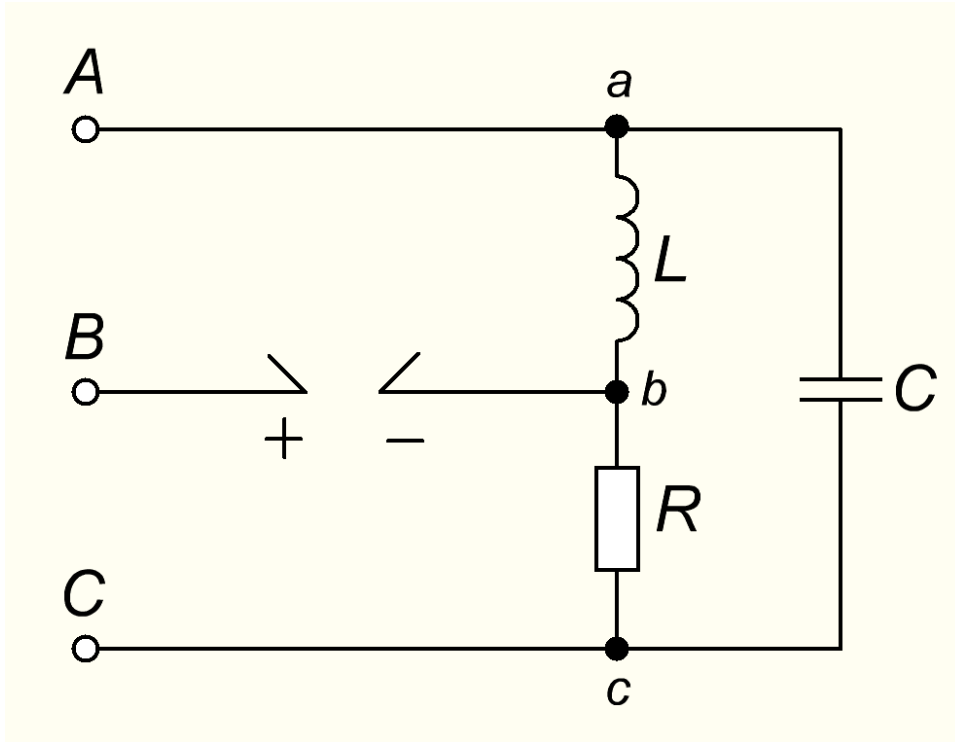
Дана схема цепи. Напряжение источника $E = const$. Выберите один возможный вариант полученного характеристического уравнения цепи:



- А) $s^2 + 1 = 0$
- Б) $s^2 - s - 1 = 0$
- В) $s^2 + s + 1 = 0$**
- Г) $s^3 + s^2 + s + 1 = 0$
- Д) $s^2 + s - 1 = 0$

Задание 15 (10 баллов)

Дана схема цепи. Трехфазный источник симметричный, порядок следования фаз – прямой. Линейное напряжение равно 100 В. В фазе «В» произошел обрыв линейного провода. Найти напряжение $u_{Bb}(t)$, если $R = 10$ Ом, $|Z_C| = 20$ Ом, $|Z_L| = 5$ Ом.



Решение. Поскольку система напряжений симметричная, то примем начальную фазу $\alpha_{AB} = 120^\circ$ и запишем комплексы линейных напряжений в цепи:

$$\dot{U}_{AB} = U_L \cdot e^{j \cdot 120^\circ} = 100 \cdot e^{j \cdot 120^\circ},$$

$$\dot{U}_{BC} = U_L \cdot e^{j \cdot 0^\circ} = 100,$$

$$\dot{U}_{CA} = U_L \cdot e^{-j \cdot 120^\circ} = 100 \cdot e^{-j \cdot 120^\circ}.$$

Найдем комплексные сопротивления фаз:

$$Z_{ab} = Z_L = j \cdot \omega \cdot L = j \cdot |Z_L| = 5j,$$

$$Z_{bc} = Z_R = R = 10,$$

$$Z_{ca} = Z_C = -j \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} = -j \cdot |Z_C| = -20j.$$

В цепи обрыв линейного провода в фазе «B», значит комплексы тока $\dot{I}_{ab} = \dot{I}_{bc}$. Найдем этот комплекс тока, применив законы Кирхгофа и Ома в комплексной форме:

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{U}_{AC}}{Z_{ab} + Z_{bc}},$$

$$\dot{U}_{AC} = -\dot{U}_{CA} = 100 \cdot e^{j \cdot 60^\circ},$$

$$\dot{i}_{ab} = \frac{100 \cdot e^{j \cdot 60^\circ}}{10 + 5j} = \frac{100 \cdot e^{j \cdot 60^\circ}}{5\sqrt{5} \cdot e^{j \cdot 26.565^\circ}} = 4\sqrt{5} \cdot e^{j \cdot 33.435^\circ}.$$

Найдем комплекс напряжения фазы «bc» по закону Ома в комплексной форме:

$$\dot{U}_{bc} = \dot{i}_{bc} \cdot Z_{bc} = 4\sqrt{5} \cdot e^{j \cdot 33.435^\circ} \cdot 10 = 40\sqrt{5} \cdot e^{j \cdot 33.435^\circ}.$$

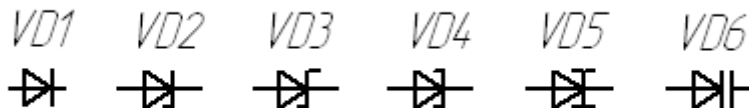
По закону напряжений Кирхгофа в комплексной форме найдем комплекс напряжения \dot{U}_{Bb} :

$$\dot{U}_{Bb} = \dot{U}_{BC} - \dot{U}_{bc} = 100 - 40\sqrt{5} \cdot e^{j \cdot 33.435^\circ} \approx 25.359 - 49.282j = 55.424 \cdot e^{-j \cdot 62.771^\circ}$$

Тогда $u_{Bb}(t) = 78.381 \cdot \cos(\omega \cdot t - 62.771^\circ)$

Ответ: $u_{Bb}(t) = 78.381 \cdot \cos(\omega \cdot t - 62.771^\circ)$, В

Задание 16 (1 балл)



Какое из представленных условно-графических изображений является стабилитроном???

1. VD1
2. **VD2**
3. VD3
4. VD4
5. VD5
6. VD6

Задание 17 **ONE CLICK TO OPEN ALL DOORS**

(4 балла)

На выпрямительном диоде при изменении прямого напряжения от 0,2В до 0,4В значение прямого тока увеличилось от 3мА до 16мА. Каково дифференциальное сопротивление этого выпрямительного диода?

1. 15,38 кОм
2. **15,38 Ом**
3. 25,00 Ом
4. 25,00 МОм

Решение: $R_{\text{дифф}} = \frac{\Delta U_{\text{прямое}}}{\Delta I_{\text{прямое}}} = \frac{0,4-0,2}{(16-3) \cdot 10^{-3}} = 15,38 \text{ Ом.}$

Задание 18

(12 баллов)

Для схемы неинвертирующего усилителя (рис.1) найдите напряжение V_{out} , если известно, что $V_{in}=60 \text{ мВ}$, $R_F=1000 \text{ Ом}$, $R_G=200 \text{ Ом}$. Ответ дайте в мВ.

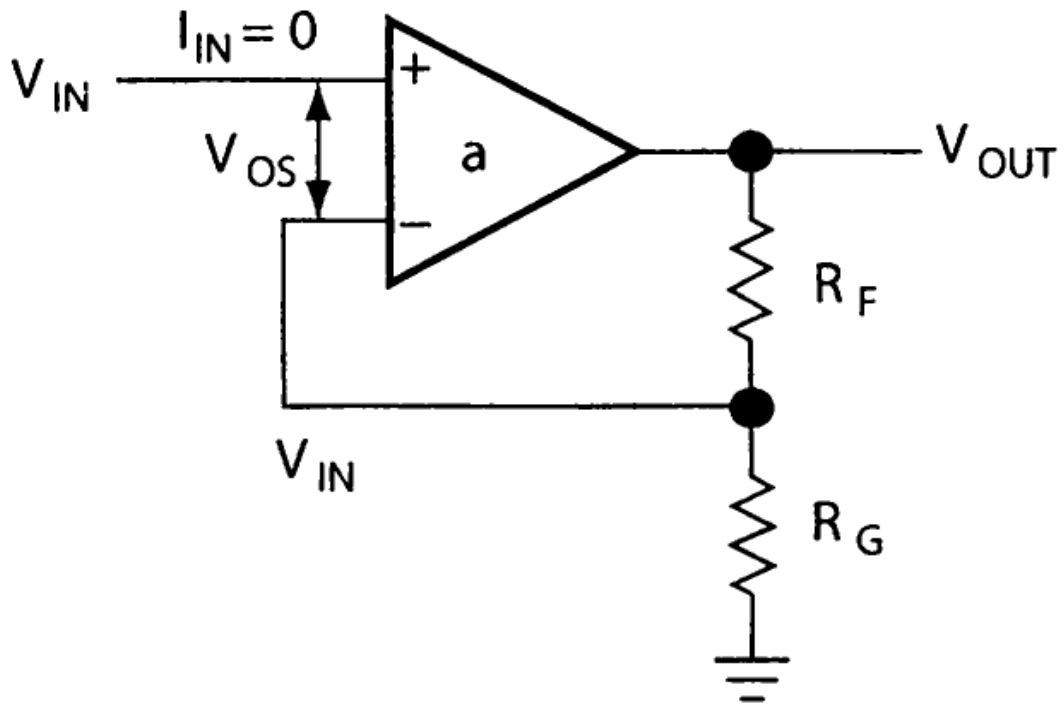


Рис.1

Решение: $V_{out} = V_{in} \left(1 + \frac{R_F}{R_G}\right) = 60 * 10^{-3} * \left(1 + \frac{1000}{200}\right) = 60 * 10^{-3} * 6 = 360\text{мВ}$